

1.0. Bussysteme	2
1.1. Physikalische Grundlagen.....	2
1.1.1. Signale	2
1.1.2. Übertragungssysteme, Abtastsysteme	7
1.1.4. Filterung	11
1.1.5. Signalübertragung über Leitungen und freien Raum	12
1.2. Grundlagen der Datenübertragung	21
1.2.1. Übertragungsarten	23
1.2.2. Synchronisation	25
1.2.3. Verwürfler.....	30
1.2.4. Fehlersicherung	31

Änderungsindex:

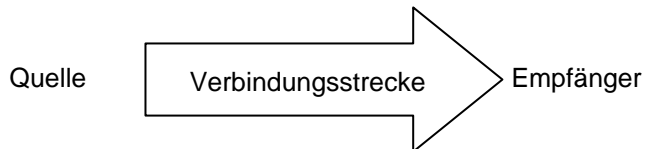
Datum	Version	Änderung	verantwortlich
02.02.03	V1.1	Überarbeitung SS 2002	Ge

1.0. Bussysteme

1.1. Physikalische Grundlagen

Elektrische Kommunikationssysteme:

Übertragung einer Nachricht (Nachricht, Daten)



Beispiele:

- Telefon
- Rundfunk
- Computerverbindungen

Wichtige Grundlage: Betrachtung der Übertragungseigenschaften der Kommunikationssysteme (Charakteristik des Netzwerks)

1.1.1. Signale

Definition: **Signal**

Im tägl. Leben: Signal = Vorgang zur Erregung besonderer Aufmerksamkeit
(z.B. Lichtzeichen, Pfiff, Flaggen)

Informationstechnik:
Signal = Darstellung einer Information durch physikal.,
insbesondere elektr. Größen
(z.B. Strom, Spannung, Feldstärke).

Information ist durch einen Parameter beschrieben
(z.B. Amplitude, Phase, Frequenz, Impulsdauer).

Klassifikation:

Mögliche Kriterien:

- stochastisch \Leftrightarrow deterministisch
- Dauer
- kontinuierlich \Leftrightarrow diskret

Signalklassen:

- stochastisch : nichtperiodisches, schwankendes Signal (typische Signale, wie Video-, Sprach-, Nachrichtensignale)
- deterministisch: Signale, deren Verlauf durch Formel, Tabelle, Algorithmus eindeutig beschrieben

transient / aperiodisch:

endliche Dauer; Verlauf über ganze Zeit darstellbar
Beispiel: Einschaltvorgang

periodisch:

Beispiele: Sinusfunktion, Taktsignal

Satz: Ein *deterministisches Signal* wird vollständig durch seine Zeitfunktion $s(t)$ oder seine Amplitudenspektralfunktion $S(\omega)$ (s.u.) beschrieben. Beide Darstellungen sind mathematisch gleichwertig.

Übergang Zeitbereich \Leftrightarrow Frequenzbereich: durch Transformation

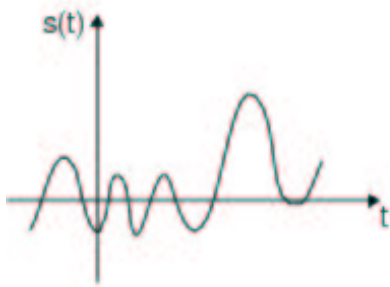
- (diskrete) Fouriertransformation,
- Z-, Laplace-Transformation (s.u.)

Kontinuierliche und diskrete Signale

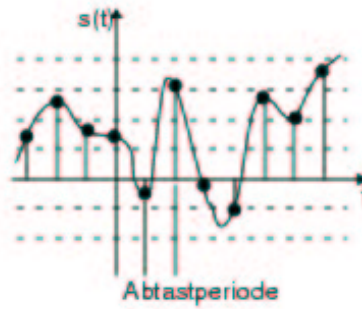
Definition:

- **zeitkontinuierlich:** Funktionswert für jeden Zeitpunkt eines (kontinuierl.) Zeitintervalls definiert
- **zeitdiskret:** Funktionswert nur für diskrete (meist äquidistante) Zeitpunkte definiert
- **wertkontinuierlich:** Wertebereich des Funktionswerts umfaßt alle Punkte eines Intervalls
- **wertdiskret:** nur diskrete Funktionswerte

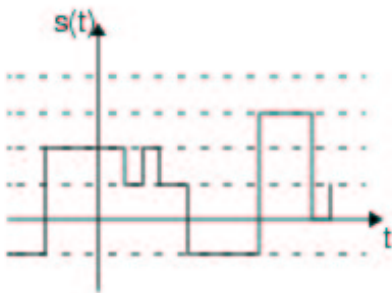
vier Kombinationsmöglichkeiten:



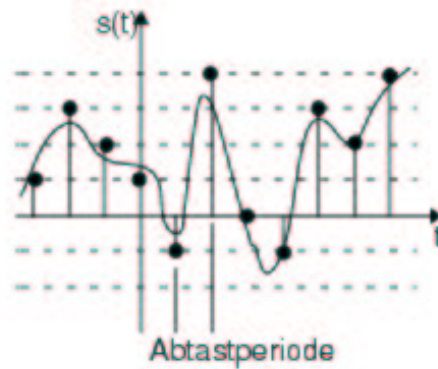
zeitkontinuierliches und wertkontinuierliches Signal => *analoges Signal*



Zeitdiskretes und wertkontinuierliches Signal



Zeitkontinuierliches und wertdiskretes Signal



Zeit und wertdiskretes Signal

Möglichkeiten der Signalumformung

		Ergebnissignal			
		zeitkontinuierlich wertkontinuierlich	zeitdiskret wertkontinuierlich	zeitkontinuierlich wertdiskret	zeitdiskret wertdiskret
Ausgangssignal	zeitkontinuierlich wertkontinuierlich		Abtastung	Quantisierung	A/D-Wandlung
	zeitdiskret wertkontinuierlich	Interpolation			Quantisierung
	zeitkontinuierlich wertdiskret	Glättung			Abtastung
	zeitdiskret wertdiskret	D/A-Wandlung		Interpolation	

- Abtastung :
- Quantisierung :
- A/D-Wandlung :
- D/A-Wandlung :
- Glättung :
- Interpolation :

Darstellung von Signalen mit Elementarfunktionen

Zweck:

- bequemere Darstellung
- einfachere Theorie

Mathematische Modelle zur Darstellung von **periodischen** und **nicht periodischen** Signalen

Fourierreihe:

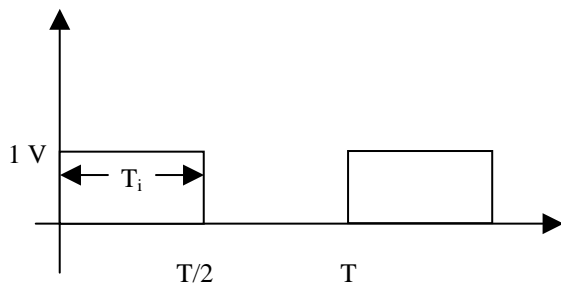
Ein periodisches Signal kann aus einer Grundschwingung $f_0 = 1/T$ und den Oberschwingungen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz f_0 sind, approximiert werden.

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$s(t) = s_0 + s_1 \cdot \cos(1 \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_1) + s_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_2) + s_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_3) + \dots$$

φ_n ist die Phasenlage der Teilschwingung mit der Frequenz $n \cdot f_0$

$$s(t) = s_0 + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_n)$$



Zeitbereich (periodisches Signal)

Fouriertransformation:

Einmalige, nicht periodische Signale können nicht durch die Fourierreihe beschrieben werden. Dagegen kann man durch den Übergang $T \Rightarrow \infty$ ein neues Formelpaar gewinnen: die Fourier-Transformation

- Wenn man die Periodendauer sehr stark wachsen lässt, so rücken wegen $f_0 = 1/T$ die Spektrallinien immer näher zusammen. Schließlich werden sie so dicht, dass das Linienspektrum in ein kontinuierliches Spektrum übergeht.
- Summation geht in eine Integration über

Ohne Diskussion der Elementarfunktion (Zusammenhang zwischen Sinusfunktionen und der komplexen Schreibweise $e^{j\omega}$) gilt:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega} dt \quad \text{Fourier-Integral}$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j\omega} dt \quad \text{Fourier-Rückintegral}$$

Schreibweise: $s(t) \leftrightarrow S(f)$

Es gilt:

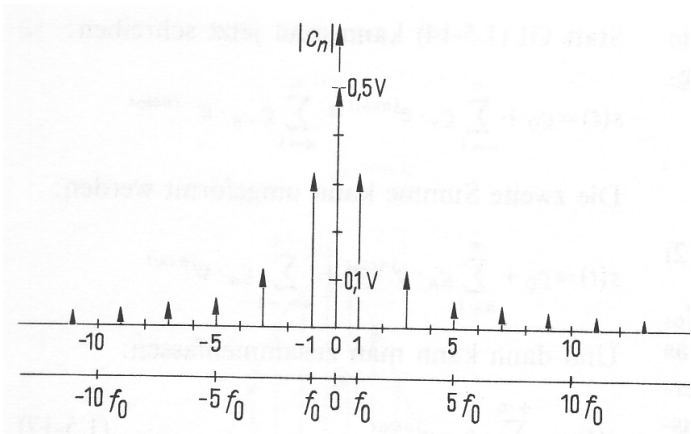
- Je kürzer / steiler ein Impuls ist, desto mehr Oberwellen treten auf, d.h. desto grösser muss die Bandbreite eines Übertragungs-netzwerkes sein.
- Weglassen von Oberwellen bedeutet, dass $s(t)$ nur angenähert wird \Rightarrow Filterung

Zeitbereich (periodisches Signal)

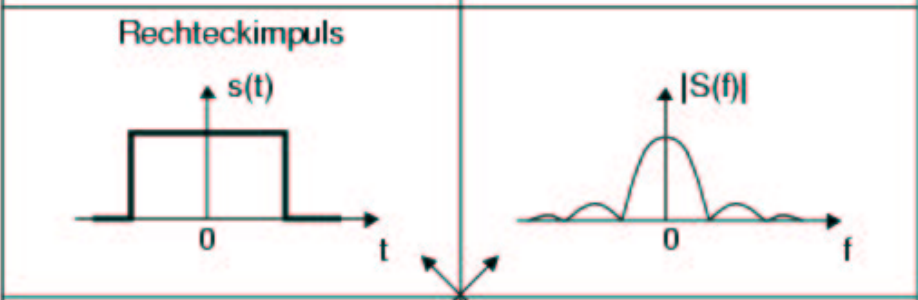
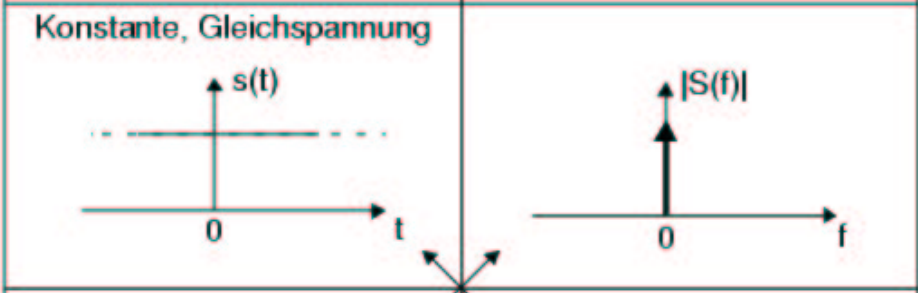
Rechteckschwingung ($T_r/T = 0,5$)



Frequenzbereich (periodisches Signal)



Zeitfunktion	Fourierspektrum
--------------	-----------------



1.1.2. Übertragungssysteme, Abtastsysteme

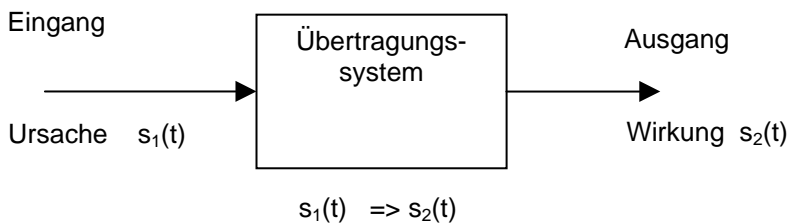
Definition: **Übertragungssystem**

System = an der Wirklichkeit orientiertes mathematisches Modell zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens einer komplexen Anordnung.

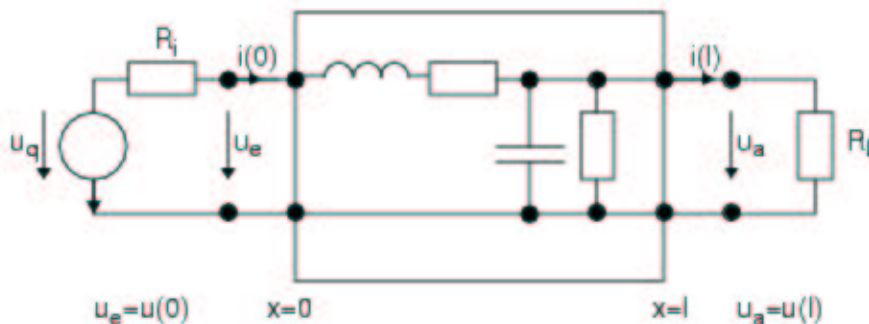
Mathematisch eindeutige Zuordnung eines Ausgangssignals zu einem Eingangssignal.

Zuordnung wird meist Transformation genannt.

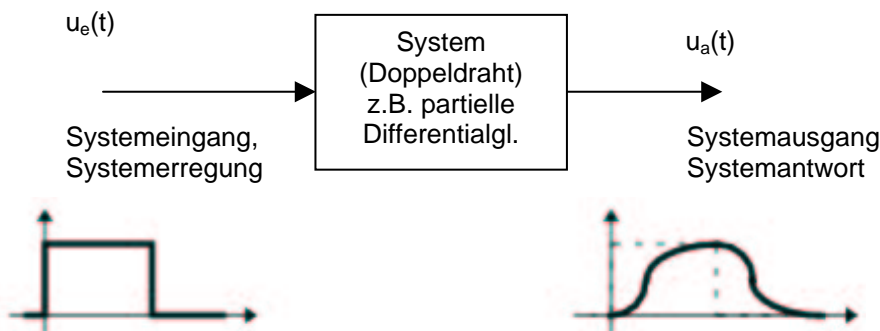
=> Systembetrachtung (=> Systemtheorie):
 gesetzmäßige Verknüpfung von Systemerregung (Eingangssignal), System und Systemausgangsgröße



Beispiel: Doppelleitung (physikalisches Modell einer Doppelleitung)



Systemabstraktion



vereinfachtes System:
 $R_i = 0$, $R_L = \infty$
 Eingangssignal: Rechteckspannung

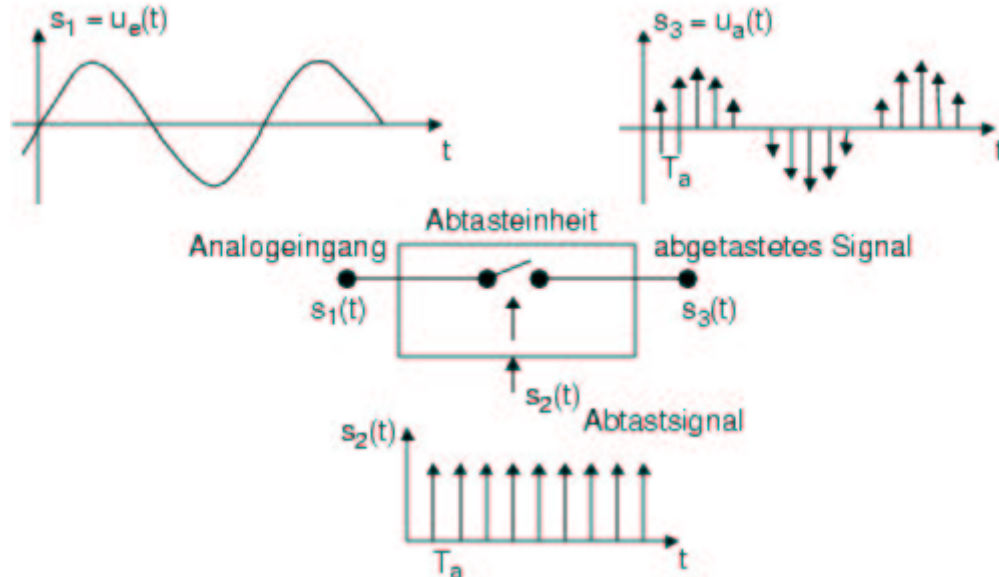
$u_a(t) \Rightarrow TR\{u_e(t)\}$ mit
 TR : Transformationseigenschaft
 des Systems

Abtastsysteme

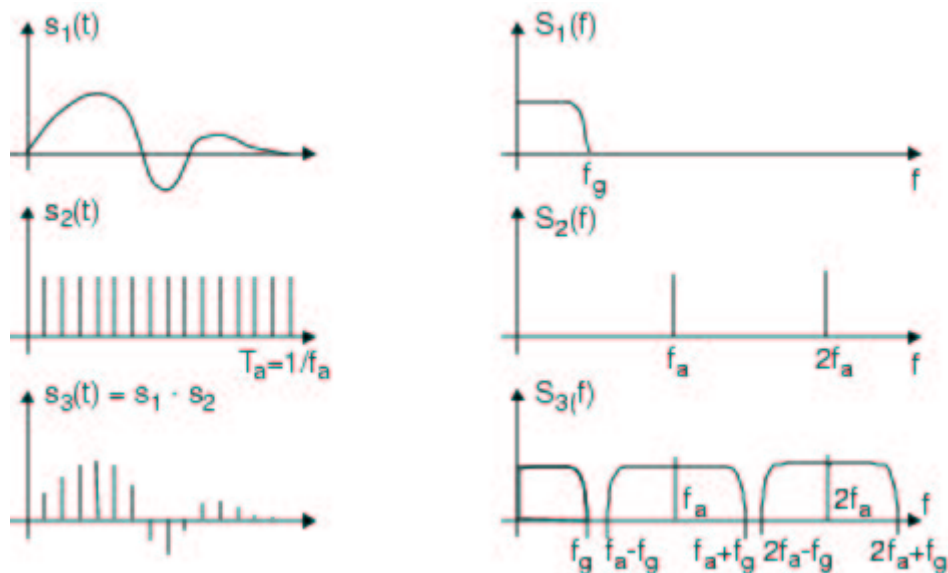
Abtastvorgang:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches Signal $s(t)$ mit $s(f)$ bandbegrenzt (d.h. alle Spektrallinien von $S(f)$ liegen innerhalb einer Frequenzbandbreite f_g)

Abtastanordnung:



Zeitverlauf und Spektrum der Signale:



⇒ aus dem kontinuierlichen, bandbegrenzten Signal $s(t)$ wird im Frequenzbereich durch Abtastung ein unendlich breites, in f_a periodisches Spektrum. (Bemerkung die Seitenbänder sinken bei realen Rechteckabtastimpulsen ab.)

Abtasttheorem

Frage:

Wie groß muß die Abtastfrequenz sein, damit das (kontinuierliche) Originalsignal eindeutig (rück-)konstruiert werden kann ?

Abtasttheorem:

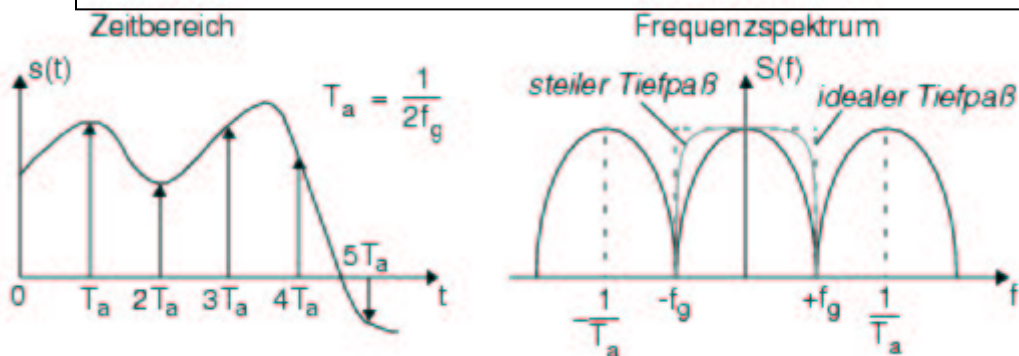
Die Zeitfunktion $s(t)$ mit einem Spektrum im Intervall 0 bis f_g wird durch Abtastsignale vollständig beschrieben, wenn

$$f_a \geq 2 \cdot f_g \text{ ist (} f_a \text{: Abtastfrequenz)}$$

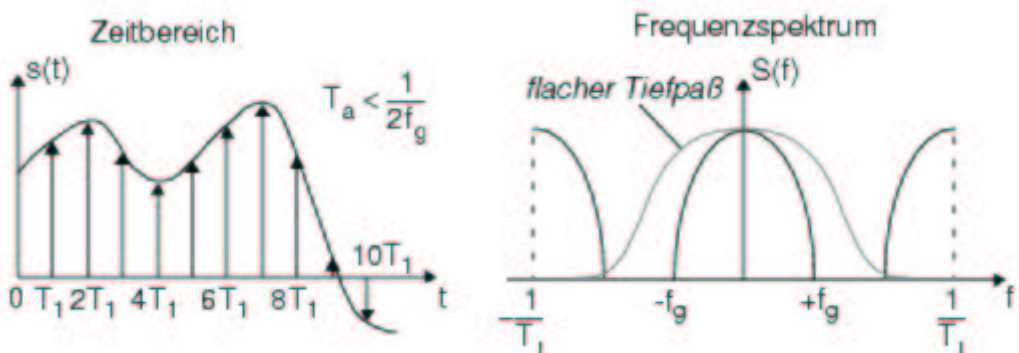
⇒ Abtastfrequenz f_a muß mindestens doppelt so groß sein, wie die Signalfrequenz f_g

Begründung:

- Einhaltung des Abtasttheorems
=> Amplitudenspektren im Ausgangssignal eindeutig (durch idealen Tiefpaß zu trennen)

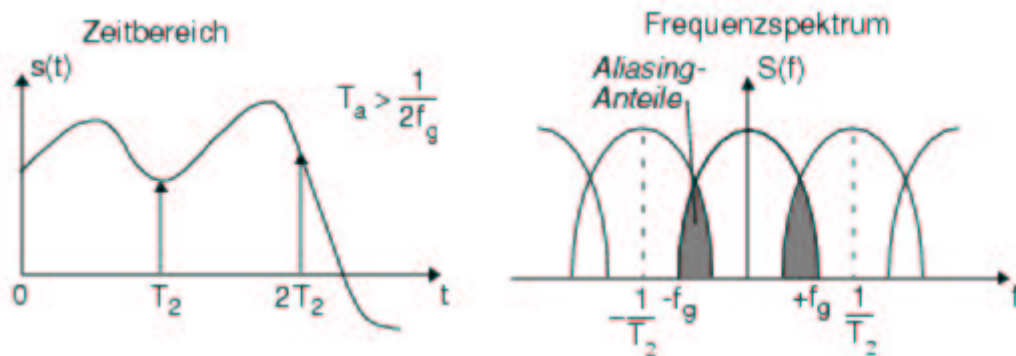


- je größer die Abtastfrequenz, desto größer die Abstände der Amplitudenspektren (einfacher Tiefpaß möglich)



Abtastfrequenz zu niedrig

⇒ Ausgangsspektren überlappen sich und sind nicht mehr zu trennen (Alias Effekt)



Beispiele:

CD-Spieler: $f_g = 20 \text{ kHz} \Rightarrow$	$f_a = 40 \text{ kHz}$ (Norm: 44 kHz)
(8-fach Oversampling):	$f_a = 4 \cdot 44 \text{ kHz} \Rightarrow 176 \text{ kHz}$
digitales Telefon:	$f_a = 8 \text{ kHz}$ im PCM System
digitales Fernsehen:	$f_a = 13,3 \text{ MHz}$

Vgl. Oversampling

1.1.4. Filterung

Definition: Filterung

Vorgang der Trennung von Objekten nach physikalischen Größen.

Aufgaben:

- Überführung eines elektr. Signals von einer Form in eine andere

- Selektion eines Spektralbereichs aus einem Frequenzgemisch

⇒ z.B. zur Unterdrückung von Rauschen, Störungen

⇒ meist Analogfilter

⇒ Informationsfilterung



Analogfilter

⇒ wert- und
zeitkontinuierlich



Digitalfilterfilter

⇒ wert- und zeitdiskret

1.1.5. Signalübertragung über Leitungen und freien Raum

-> Achtung: Wellenvorgänge, wenn Wellenlänge ca. Leitungslänge
 -> Reflexion: störende Überlappung bei Hochfrequenzkabeln, am Ende des Kabels wird die Welle reflektiert und dadurch die Übertragung gestört -> Gegenmaßnahme: an den Enden des Kabels Abschlusswiderstände

Frequenz [f]	Periodendauer [tp]	Wellenlänge/Leitungslänge mit Wellenvorgang [Lambda]
50 Hz	20 ms	6000 km
1 MHz	1 us	300 m
300 MHz	3,3 ns	1 m
1 GHz	1 ns	30 cm

$\lambda = c \cdot t_p$
 [c ca. $3 \cdot 10^8$ m/s]

Bei 6 Km Wellenlänge, Abschlusswiderstand nur nötig, wenn das Kabel 6 Km lang ist.

Leitungsarten:

- Paralleldrahtleitung (TV, Fernsprechen, Energietechnik)

⇒ Rechneranbindung, lokale Netzwerke, E/A-Busse
 Bsp: 0,05 dB/m bei 100 m -> Dämpfung = 5 dB
 ⇒ meist verdreht -> weniger störanfällig
 man braucht einen Verstärker mit -5 dB zum ausgleichen des Verlustes



$L_p = 10 \lg P_x/P_0$ (Ausgangsgröße/Bezugsgröße)

Leistungsverhältnis:
 Faktor 2 -> 3dB
 Faktor 10 -> 10 dB
 Faktor 100 -> 20 dB

$P_0 = 1 \text{ W}$

Dämpfung ~ 0,05 dB/m bei 10 MHz [Die Dämpfung ist ein Maß für die Abschwächung eines Signals.]
 kein äußeres Magnetfeld

- Koaxialleitung

Breitbandübertragung [Meßtechnik, Fernsehen, Computer]
 Rechnerverbindung [lokale Netzwerke]



Vorteil: geringe Abstrahlung -> keine Felder im Außenbereich
 Dämpfung ~ 0,15 dB/m bei 100 MHz

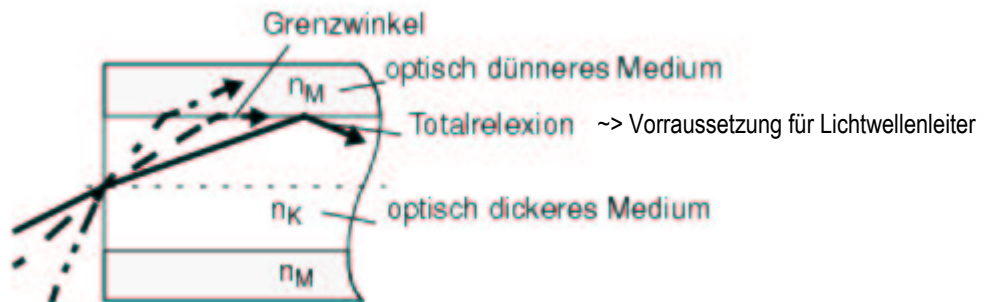
- Streifenleitung Platinen, IC's, Mikrowellenschaltungen
Rechnerverbindung: Systembusse passive backplane

- Lichtleiter optische Nachrichtenverbindung => oft digitale Signale
Rechnerverbindung: serielle Busse (lokale und Weitverkehrsnetze)
Glasfaser: große Übertragungsrate => in GBit/s-Bereich



Vorteil: ~> keine Störung durch elektromagnetische Felder [EMV]]]
 ~> kein Übersprechen [Induktion von einer Leitung auf eine andere (z.B. Telefon)]]]
 ~> galvanische Trennung ~> keine Erdungsprobleme ~> keine Ausgleichsströme]]
 ~> Dämpfung < 2 dB /km möglich (3dB entspricht Abschwächung um den Faktor 2)

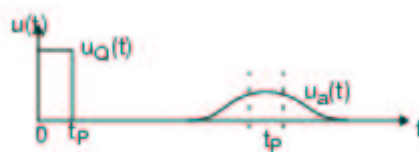
Aufbau: Kern: Durchmesser 5 ... 500um, Brechungsindex n_K



Mantel: Brechungsindex n_M , $n_M < n_K$

Problem: Dispersion ~> Maß für die Güte/Qualität des Leiters]]
]]
 - Jeder Strahl verbreitert sich mit zunehmender Länge der Übertragungsstrecke.

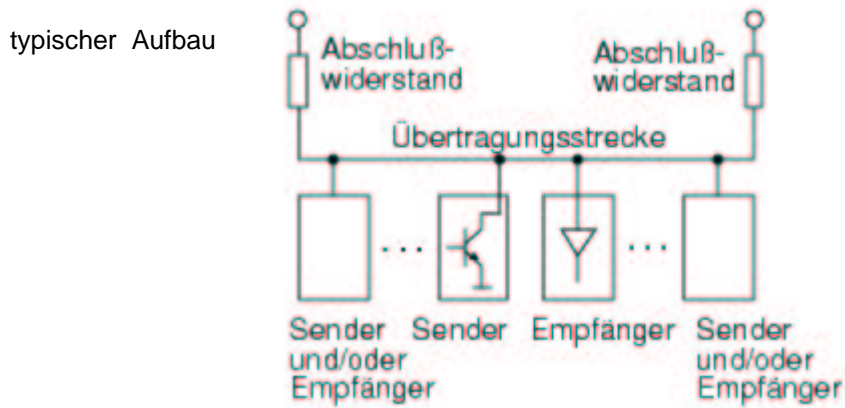
Verbindungen im freien Raum:]]
]]
 - Richtfunk, Satellit]]
 - Wireless Lan]]
]]
 Nachteil: hohe Signallaufzeit (250 ms/Satellit)]]
 GER ~> USA 4 x 250 ms]]



- Multimodefaser:]]
 + billig]]
 - hohe Dispersion]]
 ~> kurze Verbindungen]]
]]
 Monomode]]
 - teuer]]
 + geringe Dispersion]]
 ~> lange Verbindungen]]

Leitungsgebundene Übertragungsstrecke

Eine (leitungsgebundene) Übertragungsstrecke wird hier als Teil eines Leiters aufgefasst, an den Sender und Empfänger angeschlossen sind.



Symmetrische und asymmetrische Signalübertragung

- **Asymmetrische Signalübertragung**

Signalspannung wird gegen die gemeinsame Masse gemessen

Vorteil:

Es genügt eine gemeinsame Masse für alle Signalleitungen

Nachteil:

störanfällig



⇒ Reduktionsmöglichkeiten des Übersprechens:

Masseleitungen zwischen den Signalleitungen, kurze Leitungen

⇒ Reduktionsmöglichkeiten der Störungen von außen:

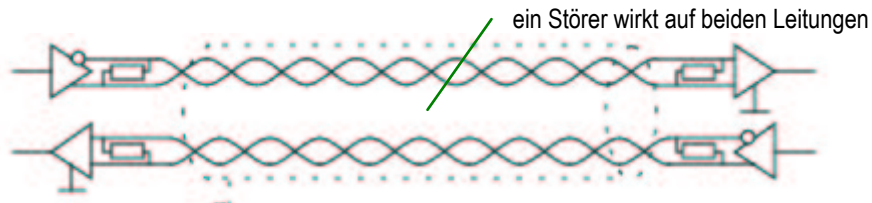
Abschirmung

⇒ Reduktionsmöglichkeiten der Reflexion (s.u.):

Abschlusswiderstände

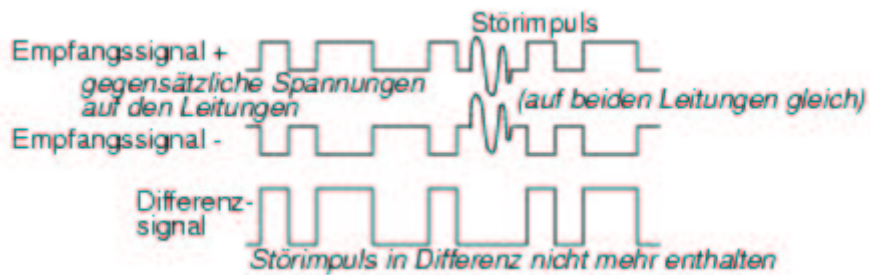
- **symmetrische bzw. differentielle Übertragung**

statt einer gemeinsamen Masse wird jedes Signal über zwei Leitungen mit gegensätzlicher Spannung (gegen Masse) übertragen



z.B. RS 422 (Punkt - Punkt Verbindung)[]
RS 485 (busfähig)[]

⇒ dies erhöht den Störabstand und erlaubt somit längere Übertragungswege



⇒ Reduktionsmöglichkeiten der Störung von außen:

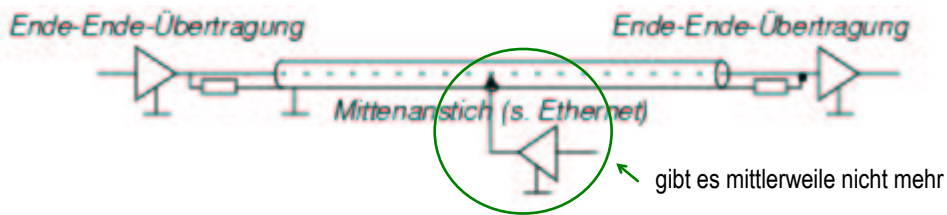
Abschirmung

⇒ Reduktionsmöglichkeiten der Reflexionen:

Abschlusswiderstände

- **Übertragung über Koaxialleitung**

⇒ asymmetrische Übertragung, wobei jede Signalleitung einzeln abgeschirmt ist



⇒ Reduktionsmöglichkeiten der Reflexionen:

Abschlusswiderstände

Verzerrung des Signals der Quelle

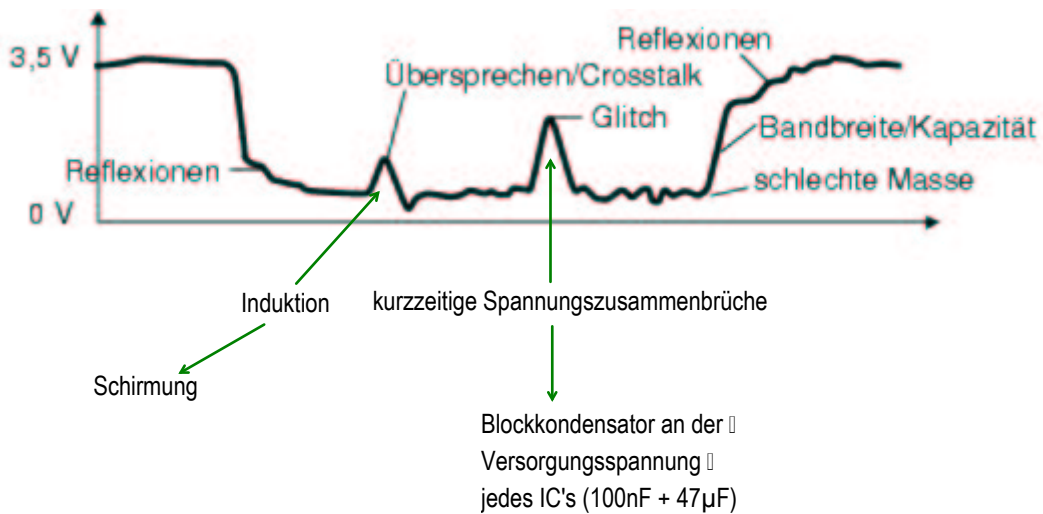
⇒ die wesentlichen Größen des Einflusses auf die Signalform sind

- Bandbreite ~> jedes Übertragungsmedium wirkt wie ein Filter ~> Tiefpass
- Reflexion ~> Hinlaufende Well wird reflektiert
- Dispersion
- Übersprechen ~> Übersprechen (elektromagnetische Induktion)

idealisiertes Datensignal



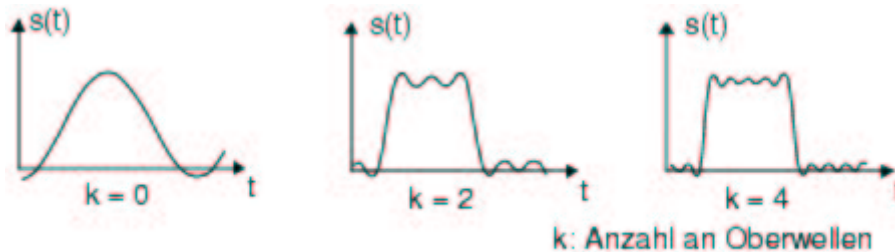
reales Datensignal



Bandbreite des Übertragungsweges

⇒ jede Leitung begrenzt die maximale Frequenz eines zu übertragenden Signals

⇒ ein Rechtecksignal (wie es in der Digitaltechnik üblich ist) wird um so besser angenähert, je mehr Oberwellen übertragen werden können



Modell einer Doppelleitung (auch Koaxialleitung)

Wellenwiderstand:

ist der Widerstand, mit man eine HF-Leitung abschließen muss, damit keine Reflexionen entstehen.



Allgemein gilt: Der Wellenwiderstand ist frequenzabhängig.

Für hohe Frequenzen gilt aber näherungsweise folgender Zusammenhang:

$$Z_w = \sqrt{L' / C'}$$

L' Induktivitätsbelag
C' Kapazitätsbelag

Typische Werte

- Koaxialkabel 50 Ohm (Thinwire Ethernet)
- Koaxialkabel 93 Ohm (ARC-Net)

Leitungsreflexion

⇒ Störende Überlagerung bei hochfrequenten Signalen. Am Ende einer Leitung bzw. an Störstellen (z.B. Steckverbindungen) werden Teile des Signal reflektiert. Dies kann zu Signalverzerrungen bis zu Signalauslöschung führen.

Bei einer idealen Verbindung darf keine Reflexion auftreten.

⇒ Jede Reflexion führt zu einer Veränderung des ursprünglichen Signals

⇒ bei einer reflexionsfreien Leitung, darf der Wellenwiderstand keine Sprünge aufweisen

Bustreiber

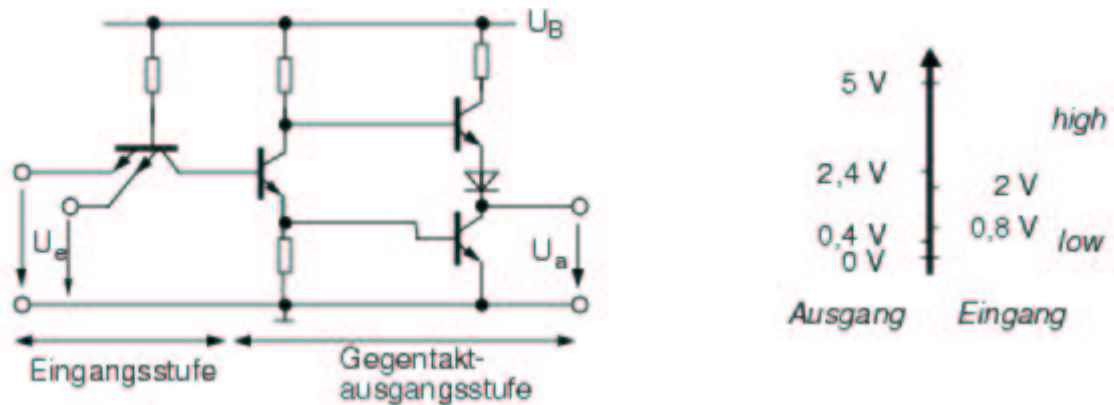
⇒ die meisten Busse werden heute über TTL-Treiber (Bipolartransistoren) angeschlossen

Vorteil:

kräftige Treiber mit hohen Strömen möglich

Nachteil:

Umsetzung zwischen TTL-Pegeln auf Bus und MOS-Pegeln in Logikschaltungen

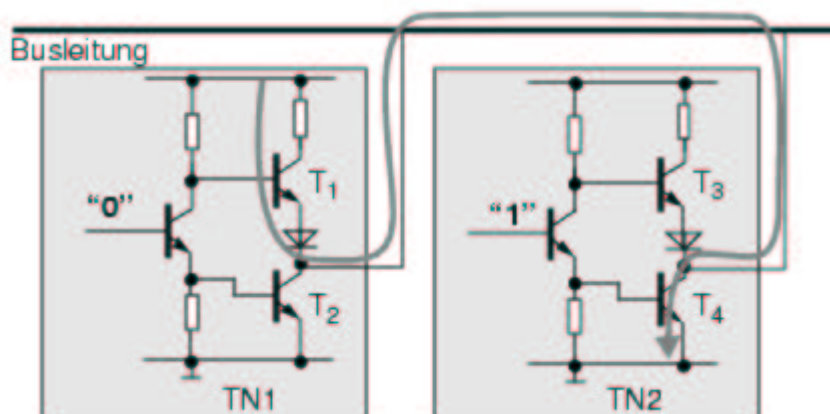


TTL-Grundgatter (z.B. SN7400)

Problem:

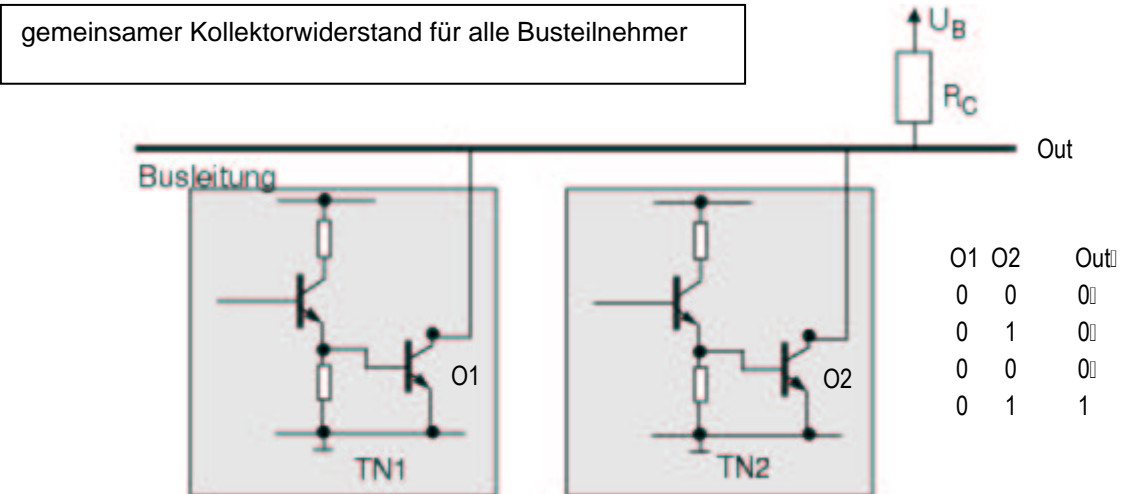
Was passiert wenn 2 Gegentaktendstufen parallel geschaltet werden?

~> Kurzschluss!



⇒ arbeiten die Ausgänge der Busteilnehmer TN1 und TN2 gegeneinander, kann es zum Kurzschluss über T1 - T4 kommen

Open-Collector-Bus:



Sobald ein Ausgangstransistor leitet, wird der Buspegel "heruntergezogen" - nur wenn alle

Ausgangstransistoren sperren, wird der Buspegel über R_c auf log. "1" gezogen =>

wired AND
[verdrahtetes AND]

Vorteil :

Ein gemeinsamer Kollektorwiderstand verhindert den Kurzschluss.

Nachteil:

~> High-Zustand ist hochohmig, also stör anfälliger
~> Umschaltung von 0 nach 1 über R_c dauert relativ lange

Anwendung:

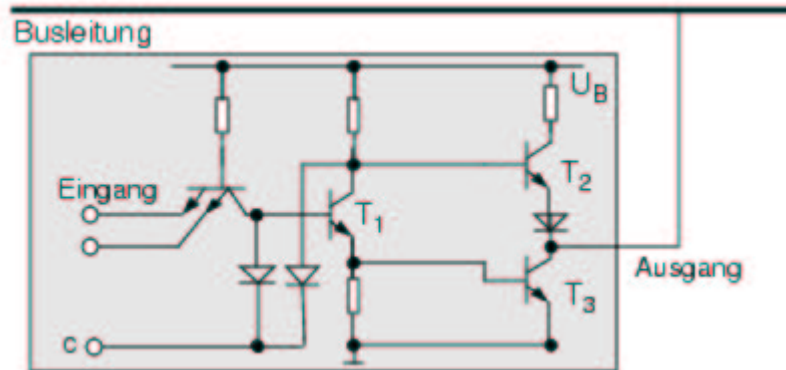
Wenn mehrere Busteilnehmer potentiell zur gleichen Zeit aktiv sein können, d.h. auf den Bus schreiben können, dann setzt sich Null durch ~> dominant.

Beispiel:

~> Busvergabe beim CAN-Bus
~> Interrupt Request-Leitung ~> Low aktiv

TRI-State-Bus

~> erweiterte Gegentakt-Endstufe □
~> sperren beider Transistoren führt zum hochohmigen Zustand [Abkopplung vom Bus]



Kontrolleingang

$c = "0"$ =>

T1, T2 und T3 werden gesperrt

=>

Endstufe wird vom Bus abgekoppelt

$c = "1"$ =>

Gegentaktendstufe aktiv (0/1)

Vorteil:

- Bus kann aktiv auf 0 oder 1 geschaltet werden □
- abgeschaltete Treiber [T1, T2, T3 gesperrt] verhalten sich völlig passiv

Nachteil:

- Kurzschluss bei falscher Beschaltung möglich □
- mehrere Sender gleichzeitig nicht möglich

Anwendung:

bei allen Busleitungen, bei denen es zu einem Zeitpunkt nur einen Sender gibt [Standardfall]

⇒ moderne, **kompakte Systembusse** (z.B. S-Bus) sind mit CMOS-Pegeln spezifiziert, um direkt über ASIC-Ausgänge (Logikbausteine) angesteuert werden zu können

Vorteil:

höhere Störsicherheit und damit sind kompaktere und schnellere Busse möglich

Nachteil:

Leitungen dürfen nur wenig belastet werden □
~> kürzere Leitungen und weniger Busteilnehmer

1.2. Grundlagen der Datenübertragung

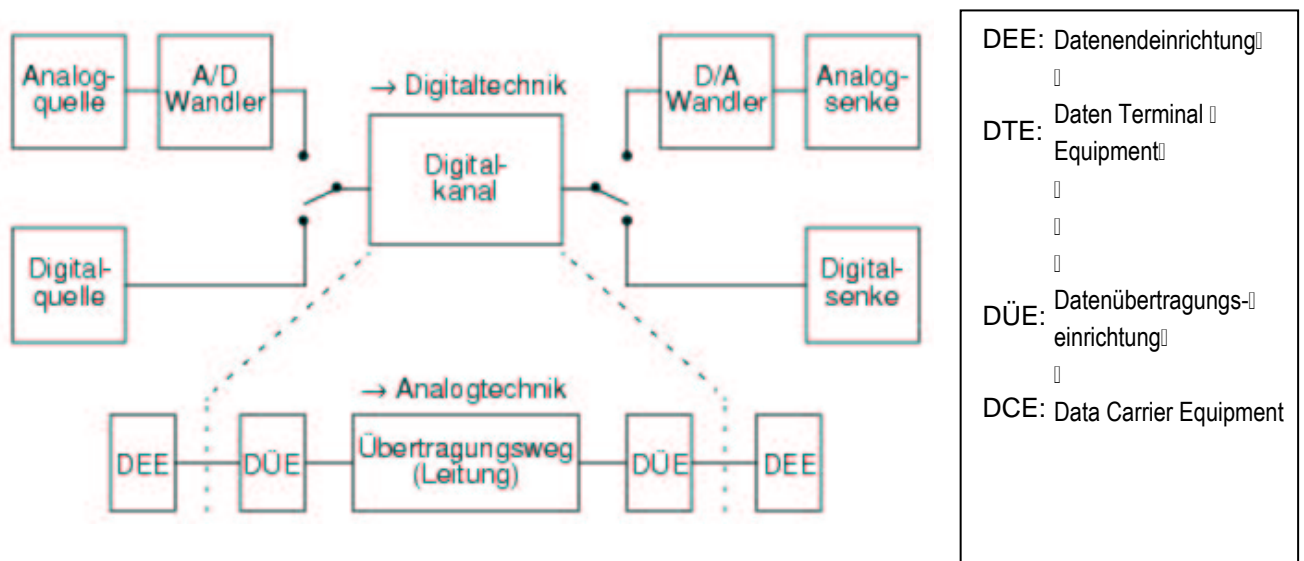
Definition: Datenkommunikation

Austausch von Informationen, Sprache, Texten, Bildern, akustischen Signalen, etc. zwischen (zwei) Kommunikationspartnern.

Sender =

Empfänger =

Im folgenden: Austausch von binärkodierten Daten.



Parameter der :

Analogtechnik:

Amplituden- und Phasenverzerrungen,
Bandbreite,
Signal-Rauschverhältnisse,
nichtlineare Verzerrungen,
...

Digitaltechnik:

Übertragungsrate

Die Übertragungsrate $v_{\bar{u}}$ (Kanalkapazität, Übertragungsgeschwindigkeit) gibt die Informationsmenge an, die ein (digitaler) Übertragungskanal in einer Zeiteinheit übertragen kann. Einheit: Bit/s.

Schrittgeschwindigkeit

Alternativ zur Übertragungsrate in Bit/s (\Rightarrow Bitrate) kann die Übertragungsgeschwindigkeit durch die Schrittgeschwindigkeit (\Rightarrow Baudrate) beschrieben werden.

Die Schrittgeschwindigkeit v_s gibt die Anzahl der Signalzustände an, die pro Zeiteinheit T_s übertragen werden können.

Einheit: Baud (Bd).

$$v_s = \text{Signalzustände}/T_s \text{ [Baud = 1/s]}$$

Bemerkung: $V_s = 1/T_s$

Bei binären Signalen gilt: 1 Bd = 1 Bit/s.

Zeichengeschwindigkeit

Die Zeichengeschwindigkeit v_z gibt an, wie viele Zeichen pro Sekunde übertragen werden. Im Zeichenrahmen ist das Übertragungsformat festgelegt.

$$v_z = 1/T_z = 1/z * T_s$$

z = Zeichenrahmen
 T_z = Übertragungsdauer eines Zeichenrahmes

Beispiel 1: Parallele Schnittstelle (8 Datenbits / binär) , Schrittdauer $T_s = 1,66 \text{ ms}$
 Wie groß ist die Übertragungsrate ? $n=8$

$$V_{\ddot{u}} = m * 1/T_s = 8/1,66 \text{ ms} = 4800 \text{ Bit/s}$$

Beispiel 2: Serielle Schnittstelle (binäre Übertragung). Der Zeichenrahmen besteht aus einem Stopp- und Startbit, 8 Daten und einem Paritätsbit. Die Zeichengeschwindigkeit beträgt 100 Zeichen /s. Wie groß ist Übertragungsgeschwindigkeit? $z=11$

$$V_{\ddot{u}} = 1/T_s = (1) ; V_z = 1/z * T_s = (2) \rightarrow (1) \quad [T_s = \text{Schrittgeschwindigkeit}]$$

$$V_{\ddot{u}} = V_z * z = 100 \text{ Zeichen/s} * 11 \text{ Bit/Zeichen} = 1100 \text{ Bit/s}$$

Typische Übertragungsraten von Dienstleistungen:
 (Übertragungsrate des Mediums kann größer sein)

Dienstleistung / Übertragungskanal	Informationsart	Übertragungsrate
Modem (Telefon, analog)	Daten	4,8 ... 56 kBit/s
Fernsprechen (ISDN)	Sprache (Daten)	64kBit/s
Telex	Text	50 Bd (Bit/s)
Rundfunk (Stereo)	Ton	76,8 kBit/s
Fernsehen	Bewegtbild	140 Mbit/s

Typische Übertragungsraten von Medien:

Medium	Übertragungsrate
Leiter auf Chip (Si)	\sim Gbit/s
Leiter auf Platine	\sim 100 Mbit/s
Zweidrahtleitung	\sim 10 Mbit/s \rightarrow 1 Gbit/s
Koaxialleitung	$<$ 20 ... 200 Mbit/s
Glasfaserleitung	\sim 10 Gbit/s

Bemerkung:

Es muß zwischen Nutzdaten und redundanter Information (Steuerbits, Fehlersicherung) unterschieden werden.

Prinzipieller Übertragungsablauf:

Es muss zwischen **Nutz- und Zusatzdaten** (Steuerbits, Fehlersicherung) unterschieden werden

Daten der Anwendung (Integer, Zeichen, ...) in Bitkette / Binärdaten

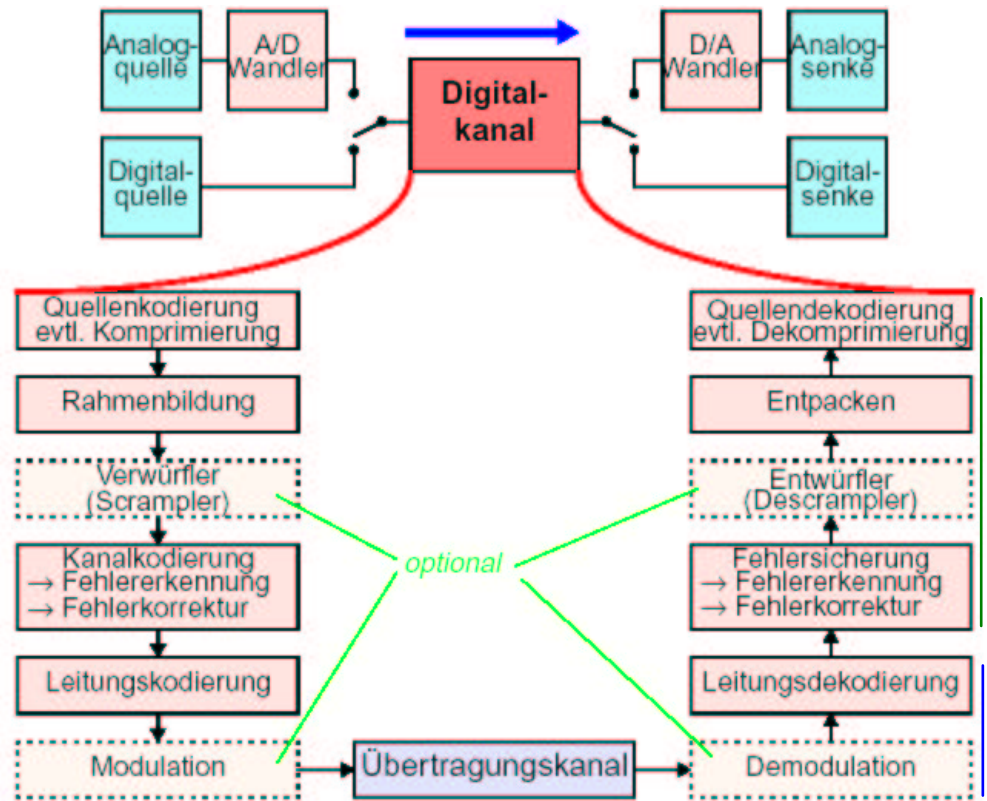
Zerlegung in Datenblöcke

Hinzufügen von Synchronisationinformation

Hinzufügen von Redundanz

Auswahl eines geeigneten Leitungscodes

Aufprägen des Datensignals auf hochfrequentes Trägersignal (Basisband => Breitband)



physical layer

data link layer

Vgl. Sender (Mensch) Codierung (Schall durch Stimmbänder) Kanal (Luft) Decodierung (Ohr => Gehirn) Empfänger (anderer Mensch)

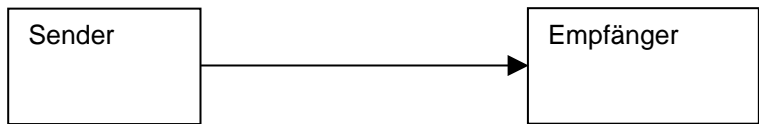
1.2.1. Übertragungsarten

Übertragungsrichtung

Simplex (bzw. Richtungsbetrieb)

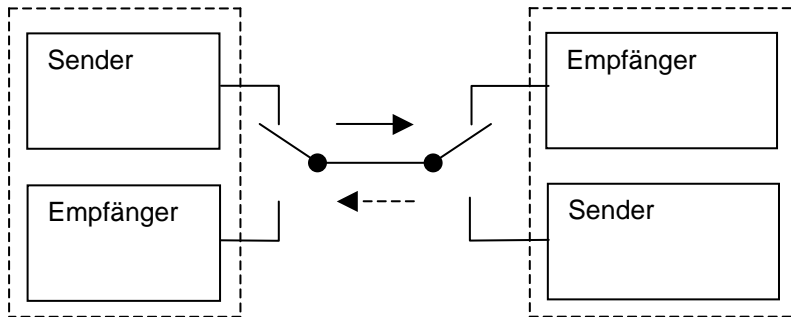
⇒ nur in eine Richtung

⇒ Anwendung: Fernsehen, Radio (Broadcast Dienste), Prozeßdatenerfassung



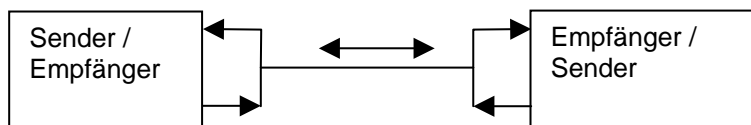
Halbduplex (Wechselbetrieb)

- ⇒ in beiden Richtungen, aber nicht gleichzeitig
- ⇒ Umschaltung in den Endgeräten
- ⇒ Anwendung: Funkkommunikation, Ethernet,



Duplex (bzw. Gegenbetrieb)

- ⇒ in beide Richtungen gleichzeitig
- ⇒ Anwendung: Telefon, RS232



Datenparallelität

parallele Datenübertragung

mehrere Bits zur gleichen Zeit über mehrere Leitungen
⇒ Steuersignale notwendig

Vorteile: hohe Datenrate

Nachteile: Leitungs- und Treiberkosten
Skew-Probleme zwischen den Datenleitungen
⇒ nur für kurze Entfernungen

Anwendungen: Drucker, Laufwerke, Steuerungsaufgaben

Serielle Übertragung

bitserielle Übertragung über einen Kanal (z.B. Zweidrahtleitung)
Protokolle zwischen Sender und Empfänger notwendig (da Steuerleitungen entfallen)

Vorteile: große Entfernungen überbrückbar

Nachteile: geringere Datenrate (früher ~> jetzt nicht mehr ~> z.B. serial ATA)

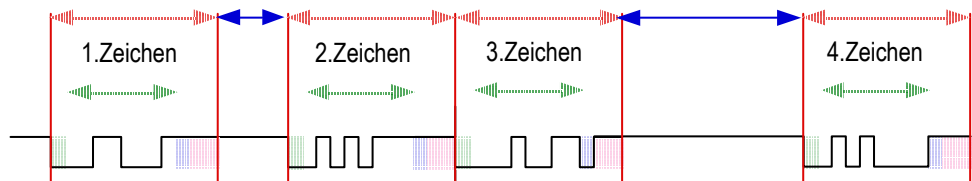
Anwendungen: LAN, WAN, "langsamere" Peripherie

1.2.2. Synchronisation

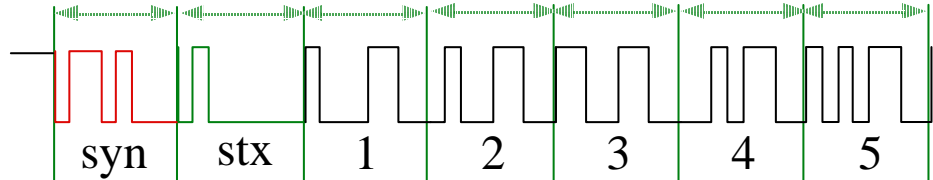
=> Beginn und Ende eines Datenstroms muss zwischen Sender und Empfänger synchronisiert werden

=> Datenstrom kann synchron oder asynchron übertragen werden

asynchron: Übertragung kann jederzeit erfolgen
Anfang und Ende markieren
Asynchrone Übertragung bedeutet beliebige **Pausen** zwischen den einzelnen Zeichen:



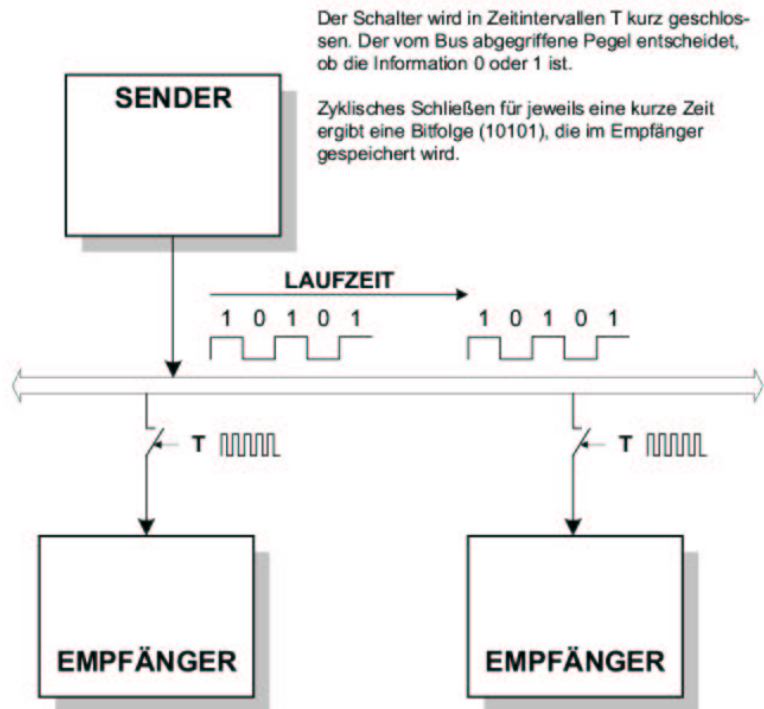
synchron: Übertragung nur zu festen Zeitpunkten
Synchronisation auch wenn keine Nutzdaten
gesendet (Sendung von Synchronisationszeichen)
Synchrone Übertragung bedeutet unmittelbar aufeinanderfolgende Zeichen.
Insbesondere keine Start- und Stopbits:



	asynchrone Übertragung	synchrone Übertragung
parallele Übertragung	Handshake-Betrieb	gemeinsame Taktleitung
serielle Übertragung	Start-Stop Verfahren (z.B. V24)	geeigneter Leitungscode oder Verwüfler (gemeinsame Taktleitung)

Start-Stop-Verfahren (Asynchron + seriell) V24, RS 232

⇒ getrennte Taktgeneratoren auf Sender- und Empfängerseite mit annähernd gleicher Frequenz

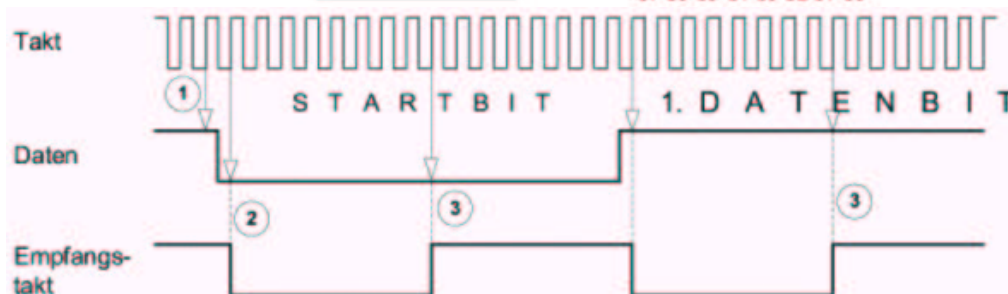
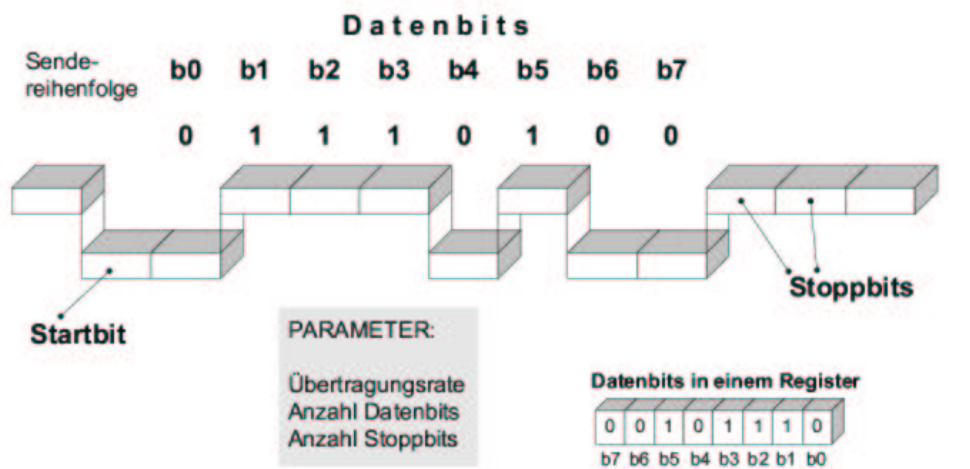


⇒ Sender und Empfänger müssen sich in regelmäßigen Abständen synchronisieren

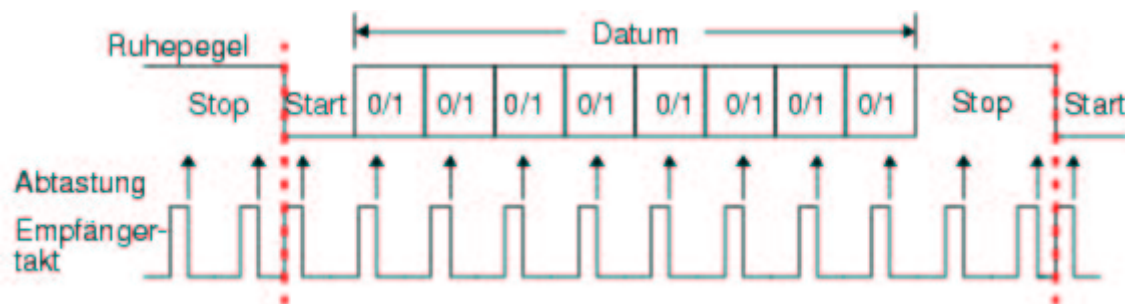
⇒ Empfängertakt dient zur Abtastung der Datenleitung

⇒ i.allg. ein Start- und zwei Stop-Bits mit unterschiedlichen Pegeln (manchmal auch nur 1 Stop-Bit)

⇒ Jedes Bit hat eine genau definierte Schrittweite => Baud-Rate



1. Mit hohem Synchronisierungstakt wird die Datenleitung auf logisch 0 abgefragt.
2. Wird log. 0 gefunden (neg. Flanke), der Empfangstakt gestartet, der die 1/16 Frequenz des Synchronisierungstakts besitzt.
3. Mit jeder pos. Flanke des Empfangstakts werden die Daten von der Datenleitung übernommen. Da der Synchronisierungstakt die 16 fache Frequenz der Übertragungsrate besitzt, erfolgt die Abtastung nahezu in der Bitmitte



Erstsynchronisation: warten auf 1 ->0 Flanke
 9 Takte warten, dann müsste 1 - 1 - 0 Folge kommen
 => falls nicht: "**Frame-Error**"
 und auf nächste 1 -> 0 Flanke warten

Nachteil: 25% Overhead für Synchronisation (bei 8 Daten- und 1 Stop- / 1Startbit)
 37,5% Overhead für Synchronisation (bei 8 Daten- und 2 Stop- / 1Startbit)

Paritätsbit (Paritybit)

Parity even : Summe der Einsen in den Datenbits + Paritätsbit = Gerade Zahl

Parity odd: Summe der Einsen in den Datenbits + Paritätsbit = Ungerade Zahl

NONE:

Serielle synchrone Übertragung

- ⇒ Aufteilung der Nachricht in Blöcke (sinnvoller Länge)
- ⇒ Blöcke werden von Synchronisations- und Steuerzeichen eingerahmt
- ⇒ Sender und Empfänger synchronisieren sich nur in größeren Abständen

vom Sender eingefügt

.....	SYN		SYN		STX		DA		DA			DA		ETB		BCC		BCC	
-------	-----	--	-----	--	-----	--	----	--	----	--	-------	--	----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-------

.....	SYN		SYN		STX		DA		DA			DA		ETX		BCC		BCC	
-------	-----	--	-----	--	-----	--	----	--	----	--	-------	--	----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-------

vom Empfänger entfernt

DA: Datenblock

SYN: 2..8 Synchronisationszeichen

ETB/ETX: End-of-Text-Block / End of Text

BCC: Block Check Character => Fehlersicherung Checksum

Nachteil: keine Synchronisations-/Steuersequenzen in Nutzdaten erlaubt

=> keine Binärdaten oder Verwürfler (s. Bitstopfen)

Gefahr: Synchronisation könnte verloren gehen Lösung: Methoden für die Taktrückgewinnung

Taktrückgewinnung (Synchronisation)

- serielle Datenübertragung ohne Taktleitung
- Takt muss aus Datensignal gewonnen werden
- notwendig: häufige Flankenwechsel (1 - 0 bzw. 0 - 1 Folgen) im Signal

Verfahren :

- a) entsprechende Leitungscode (z. B. Manchester-Code)
- b) Verwendung eines Verwürflers (Scrambler) => Umcodierung des Datenstromes siehe 1.2.3
- b1) Bit-Stopfen: (Bit Stuffing)
- b2) Erzeugung einer Pseudozufallsfolge (die Flankenwechsel garantiert)

~> relativ häufige Flankenwechsel

Leitungs-Codes (Leitungskodierung)

wichtige Gruppen:

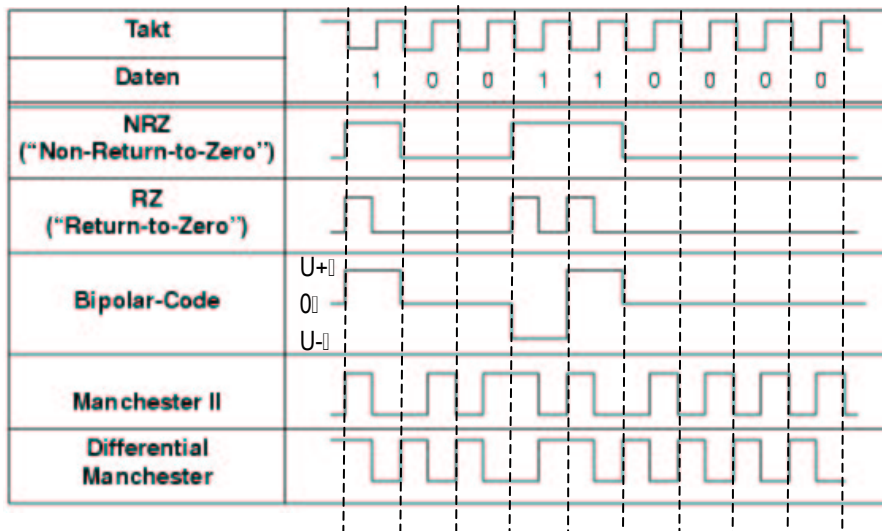
- selbsttaktende Leitungscodes:

- ⇒ ermöglichen Taktrückgewinnung
- ⇒ wichtig bei serieller Übertragung

- gleichstromfreie Leitungscodes:

- ⇒ ermöglichen Übertragung über Stromversorgungsleitung

Beispielcodes:



Bemerkung:

einfache Bandbreite notwendig
kein Takt, nicht gleichstromfrei

doppelte Bandbreite notwendig,
lange Nullfolgen - kein Takt

lange Nullfolgen - kein Takt,
gleichstromfrei

Taktrückgewinnung,
doppelte Bandbreite notwendig

Taktrückgewinnung,
doppelte Bandbreite notwendig
gleichstromfrei

NRZ (Non-Return-to-Zero-Kodierung):

- direkte Kodierung
- nicht gleichstromfrei
- keine Taktrückgewinnung
- Anwendung: asynchrone Übertragung (Synchronisation durch Rahmen)

RZ (Return-to-Zero-Kodierung):

- halbe Schrittweite gegenüber NRZ-Code
- nicht gleichstromfrei bei langen 0-Folgen
- keine Taktrückgewinnung

Bipolar-Kodierung:

- alternierender Impuls bei jeder 1
- gleichstromfrei
- keine Taktrückgewinnung

Manchester-Kodierung:

- "1": 1 => 0 zur Taktmitte
- "0": 0 => 1 zur Taktmitte
- Taktrückgewinnung
- gleichstromfrei bei Verwendung eines bipolaren Signals
- Nachteil: hohe Frequenz
- Anwendung: Ethernet

Differential-Manchester-Kodierung:

- Flankenwechsel zur Taktmitte
- "0": Flankenwechsel am Taktanfang
- "1": kein Flankenwechsel am Taktanfang
- Taktrückgewinnung
- Anwendung: Token-Ring

1.2.3. Verwürfler

Aufgabe:

Sicherstellung der Taktrückgewinnung durch häufige Flankenwechsel (1 - 0 bzw. 0 - 1 Folgen) im Signal, falls keine entsprechende Leitungskodierung verwendet wird.

a) Bit-Stopfen:

- Sender fügt nach n Einsen immer eine Null ein (und umgekehrt)
- Empfänger interpretiert jede 111...110-Folge als 111...11 (und umgekehrt)
- Beispiel: n = 5: 0011111111000110011111100

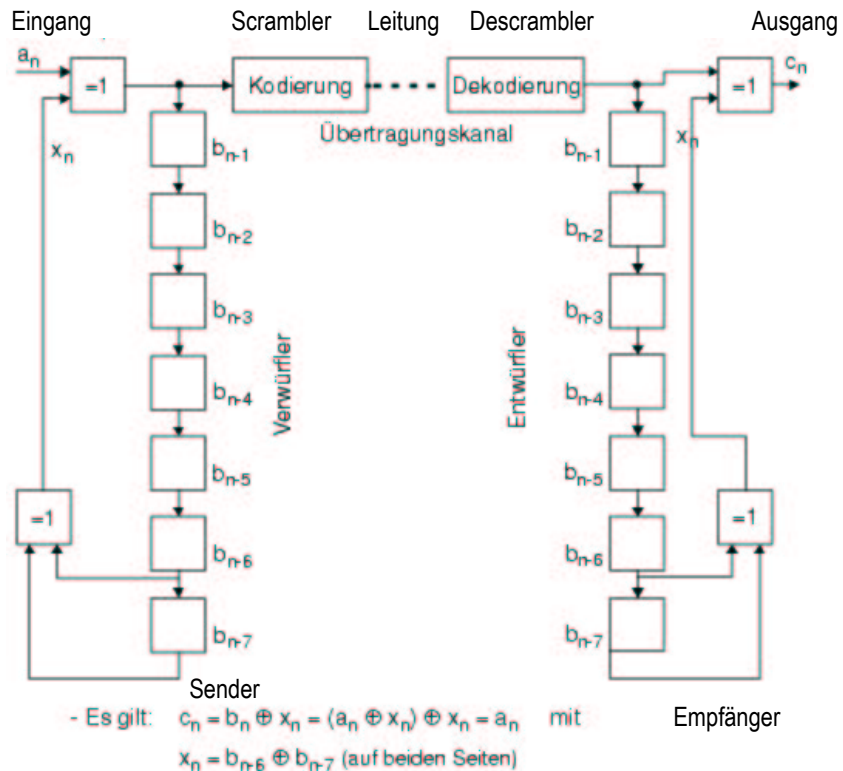


00111110110001100111111000

b) Erzeugen einer Pseudozufallsfolge (die Flankenwechsel garantiert):

- Aufbau meist aus rückgekoppelten Schieberegistern
- Entwürfler symmetrisch aufgebaut

typische Anordnung:



1.2.4. Fehlersicherung

⇒ Grundsätzlich gilt:

alle technischen Geräte und physikalische Übertragungswege sind fehlerbehaftet

Beispiele für Störer:

- thermisches Rauschen in (Halb-) Leitern
- elektromagnetische Einstrahlungen (Übersprechen, Motoren, Zündanlagen, Blitze, ...)
- radioaktive Einstrahlungen (Höhenstrahlung, ...)

⇒ oft treten Fehler gehäuft während eines Zeitabschnitts auf (=>Fehlerbündel, error bursts) und steigen mit Übertragungsgeschwindigkeit (Frequenz) an

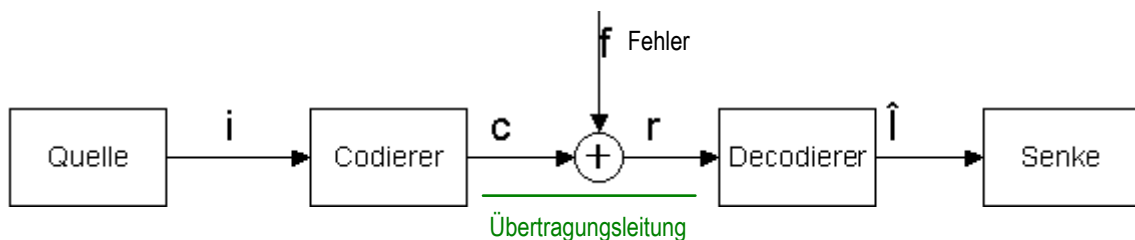
⇒ typ. Bitfehlerwahrscheinlichkeiten:

- verdrehte Zweidrahtleitungen in industrieller Umgebung: ca. 10^{-4}
- Telex (50 Baud): ca. 10^{-6}
- digitale Standleitung: bis 10^{-12}

⇒ Datenübertragung soll fehlerfrei sein

⇒ Fehler müssen erkannt (evtl. auch behoben) werden

Fehlerentdeckung durch Redundanz



i : zu übertragene Informationsfolge

c : codierte Folge

r : Folge nachdem der Fehler f aufgetreten ist

\hat{i} : aus r decodierte Informationsfolge.

Dieses System ist nur sinnvoll, wenn am Schluss $\hat{i} = i$ gilt.

Beispiel:

Liegt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei 10^{-7} , so tritt bei einer Ethernet-Verbindung (10 MBit/s) im Mittel jede Sekunde ein Fehler auf

⇒ in der Praxis nicht zu vertreten

Merke: Fehler können nur bei Vorliegen von Redundanz erkannt werden

Beispiel: Sprache/Worte redundant: virzg => vierzig
Ziffern nicht redundant: 41 => richtig/falsch???

Voraussetzung: unterteilte Datenströme (Datenblöcke)
über Datenlücke fester Länge wird Prüfinformation gebildet

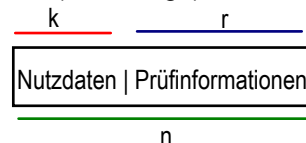
Fehlerkorrektur:

- fehlerkorrigierende Verfahren (s.u.)
- falsche Blöcke werden noch einmal gesendet (ARQ: automatic repeat request)
=> am häufigsten bei Übertragungen; ökonomischer

Fehlererkennung durch Paritätsprüfung

allg. Idee: Aus Nutzdaten (k Bit Länge) redundante Prüfinformation (r Bit Länge) ermitteln.

=> Redundanz: r/k , Gesamtcodelänge: $n = k + r$



Achtung: Prüfdaten können auch verfälscht sein
(=> Fehlerwahrscheinlichkeit wächst auch mit Länge der Prüfdaten).

Verfahren: (Paritätsprüfung)
Zu jedem Datenblock (k Bit Länge) wird ein Prüfbit hinzugefügt, so dass die Anzahl aller Einsen gerade/ungerade ist. Man spricht dabei von gerader/ungerader Parität.

Redundanz bei einem Paritätsbit: $1/k$

- ⇒ 1-Bit-Parität kann jede ungerade Anzahl verfälschter Bits (insbesondere 1-Bit-Fehler) erkennen. Nicht erkannt werden z.B. 2-Bit-Fehler.
- ⇒ 2-Bit-Fehler nicht zu vernachlässigen
⇒ höhere Redundanz

Verbesserung der Fehlerentdeckung durch Zyklische Redundanzprüfung (CRC)

(Cyclic Redundancy Check - meist verwendetes Verfahren)

⇒ Bitfolge $(b_{n-1} b_{n-2} \dots b_1 b_0)$ wird als Koeffizienten eines Polynoms $P(x)$ des Grads $n - 1$ interpretiert:

$$P(x) = b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0$$

Beispiel: $x^7 + x^4 + x^3 + 1 =$ 10011001

$$(1 \cdot x^7 + 0 \cdot x^6 + 0 \cdot x^5 + 1 \cdot x^4 + 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0)$$

⇒ mathematisch betrachtet: **Ring der Polynome in x über dem Körper {0, 1}**

⇒ für die Elemente des Körpers gelten die **Regeln der Modulo-2-Arithmetik** [XOR]

⇒ **Terme unterschiedlichen Grads sind voneinander unabhängig !**

Algebraische Grundlagen

Auf der Menge \mathbb{B} werden Verknüpfungen \oplus und \cdot definiert; hierbei entspricht die Verknüpfung \oplus der Addition modulo 2 bzw. dem logischen Exklusiv-Oder, die Verknüpfung \cdot entspricht der Multiplikation bzw. dem logischen UND.

Def.:

Verknüpfungen \oplus und \cdot in \mathbb{B}

\oplus	0	1
0	0	1
1	1	0

Addition mod 2

\cdot	0	1
0	0	0
1	0	1

Multiplikation

Satz: $(\mathbb{B}, \oplus, \cdot)$ ist ein Körper

Im folgenden betrachten wir Polynome über dem Körper $(\mathbb{B}, \oplus, \cdot)$.

Die Menge $\mathbb{B}[x]$ aller Polynome über \mathbb{B} ist ein **Ring**, d.h. eine Struktur, in der man addieren, subtrahieren und multiplizieren kann (z.B. ist die Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen auch ein Ring).

Die Rechenoperationen in $\mathbb{B}[x]$ gehen aus den Rechenregeln des Körpers \mathbb{B} hervor.

Beispiel: Polynom-Addition in $\mathbb{B}[x]$

$$f = x^2 \oplus x = 0 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 1 \cdot x^1 \oplus 0 \cdot x^0$$

$$g = x^3 \oplus x = 1 \cdot x^3 \oplus 0 \cdot x^2 \oplus 1 \cdot x^1 \oplus 0 \cdot x^0$$

$$f \oplus g = x^3 \oplus x^2 = 1 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x^1 \oplus 0 \cdot x^0$$

Beispiel: Polynom-Multiplikation in $\mathbb{B}[x]$

$$f = x^3 \oplus x$$

$$g = x^2 \oplus 1$$

$$f \cdot g = (x^3 \bmod 2 x) (x^2 \bmod 2 1) = x^5 \bmod 2 x^3 \bmod 2 x^3 \bmod 2 x \sim x^5 \bmod 2 x$$

Vereinfachung: Ausdrücke mit Koeffizient = 0 können weggelassen werden.

Bemerkung: Polynome können einfach ausmultipliziert werden !

In einem Ring gibt es nur eine Division mit Rest (wie in \mathbb{Z}).

Satz: Seien f und g Polynome, $g(x) \neq 0$. Dann gibt es eine eindeutige Darstellung

$$f(x) = q(x) \cdot g(x) + r(x) \quad \text{mit } \text{grad}(r) < \text{grad}(g)$$

d.h. das Polynom $r(x)$ ist der Rest bei Division von f durch g , das Polynom q ist der Quotient.

Beispiel: Division mit Rest in $\mathbb{B}[x]$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^5 \\ g(x) &= x^2 \oplus 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = q \cdot g \oplus r = (x^3 \oplus x) \cdot (x^2 \oplus 1) \oplus x$$

Bemerkung: Polynome gleichen Grads immer subtrahierbar
(Ergebnis: Polynom geringeren Grads)
Zahlenüberläufe brauchen nicht betrachtet werden

Def.: Sei $\mathbb{B}_n[x] \subseteq \mathbb{B}[x]$ die Menge der Polynome p mit $\text{grad}(p) < n$.
Dann entspricht jedem Polynom $p \in \mathbb{B}_n[x]$ in natürlicher Weise ein Wort $w \in \mathbb{B}^n$,
bestehend aus den Koeffizienten von p :

$$\begin{aligned} p &= a_{n-1}x^{n-1} \oplus \dots \oplus a_0x^0 && \text{Polynom-Schreibweise} \\ w &= a_{n-1} \dots a_0 && \text{Koeffizienten-Schreibweise} \end{aligned}$$

Wir identifizieren daher Polynome aus $\mathbb{B}_n[x]$ und Wörter aus \mathbb{B}^n miteinander.

Beispiel: Sei $p = x^3 \oplus x \in \mathbb{B}_6[x]$. Dann ist

$$w = \boxed{001010}$$

das entsprechende Wort aus \mathbb{B}^6 .

Def.: Sei g ein Polynom aus $\mathbb{B}_n[x]$. Der von g erzeugte Code $C \subseteq \mathbb{B}^n$ ist die Menge aller
Wörter, die Vielfachen von g in $\mathbb{B}_n[x]$ entsprechen. Das Polynom g heißt
Generatorpolynom von C .

Wenn z.B. $g=1 \rightarrow$ Code besteht aus allen Wörtern von \mathbb{B}^4

Beispiel: Sei $g = x \oplus 1$ und $n = 4$. Die folgende Tabelle zeigt alle Vielfachen von g in $\mathbb{B}_4[x]$
sowie die entsprechenden Codewörter aus \mathbb{B}_4 .

	Polynom	Koeffizienten
$(x \oplus 1) \cdot 0$	$= 0$	0000
$(x \oplus 1) \cdot 1$	$= x^1 \oplus 1$	0011
$(x \oplus 1) \cdot x$	$= x^2 \oplus x$	
$(x \oplus 1) \cdot (x \oplus 1)$	$= x^2 \oplus 1$	
$(x \oplus 1) \cdot x^2$	$= x^3 \oplus x^2$	
$(x \oplus 1) \cdot (x^2 \oplus 1)$	$= x^3 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$	
$(x \oplus 1) \cdot (x^2 \oplus x)$	$= x^3 \oplus x$	
$(x \oplus 1) \cdot (x^2 \oplus x \oplus 1)$	$= x^3 \oplus 1$	

Der erzeugte Code entspricht einem 3-Bit-Binärcode mit angehängtem Paritätsbit.

CRC-Algorithmus

- Mithilfe des CRC-Algorithmus wird aus einer gegebenen Nachricht in systematischer Weise das zugehörige Codewort konstruiert.

- Zugrundegelegt wird das Generatorpolynom; das erzeugte Codewort entspricht einem Vielfachen des Generatorpolynoms.

- Dies ist das **Kriterium für die Fehlererkennung**: alle Wörter, die **nicht** Vielfachen des Generatorpolynoms entsprechen, werden als fehlerhaft zurückgewiesen.

Eingabe: Nachricht der Länge $n-k$ (entsprechend einem Polynom p vom Grad $n-k-1$) Nachricht ($n-k$) | Generator (k)
Generatorpolynom g vom Grad k n

Ausgabe: Codewort der Länge n (entsprechend einem Polynom h vom Grad $n-1$)

Methode:

- Multipliziere p mit x^k (k Nullen an die Nachricht anhängen)

$$f = p \cdot x^k$$

- Teile das Ergebnis f durch das Generatorpolynom g und bilde den Rest r , d.h.

$$f = q \cdot g \oplus r \quad \text{mit } \text{grad}(r) < \text{grad}(g) = k$$

- Addiere r zu f , d.h.

$h \rightarrow$ Codewort für die Übertragung

$$h = f \oplus r = q \cdot g \oplus r \oplus r = q \cdot g$$

Das Ergebnis h entspricht dem gesuchten Codewort; h ist durch g teilbar. (ohne Rest)

Durch die Addition von r in Schritt 3 findet nur innerhalb der letzten k Stellen eine Veränderung statt, da $\text{grad}(r) < k$ ist. Das Codewort besteht also aus der ursprünglichen Nachricht mit angehängten k Prüfbits. Damit ist die Dekodierung eines Codewortes sehr einfach: Durch Weglassen der Prüfbits ergibt sich wieder die Nachricht.

⇒ Fehlererkennung:

Die Fehlererkennung wird durchgeführt, indem das dem empfangenen Wort entsprechende Polynom durch das Generatorpolynom geteilt wird. Ist der Rest ungleich Null, so ist ein Fehler aufgetreten.

Implementierung in Hardware

Wenn eine 1 in der vordersten Schieberegisterzelle erscheint, wird das Generatorpolynom (in Bild 1 das Polynom 1 0 0 1 1 1) mit dieser 1 multipliziert (UND-Gatter) und an der entsprechenden Position von dem zu dividierenden Polynom h subtrahiert (XOR-Gatter).

Der verbleibende Rest zusammen mit der nächstfolgenden Stelle von h wird anschließend um eine Position nach links geschoben. Wenn in der vordersten Schieberegisterzelle eine 0 erscheint, wird das 0-fache des Generatorpolynoms subtrahiert, d.h. es geschieht nichts, außer dass der Schieberegisterinhalt geschoben wird.

- ⇒ Divisionsverfahren wird realisiert
- ⇒ Wenn das zu dividierende Polynom h zu Ende ist, d.h. keine Stellen mehr in das Schieberegister eingegeben werden können, steht im Schieberegister der Divisionsrest.
- Die Schaltung kann sowohl zur Codierung als auch zur Fehlererkennung verwendet werden. Zur Fehlererkennung wird durch eine ODER-Schaltung überprüft, ob der Divisionsrest gleich Null oder ungleich Null ist.
- Zur Codierung wird der Divisionsrest an die Nachricht angehängt.
- Vor Beginn einer Division muss das Schieberegister gelöscht werden

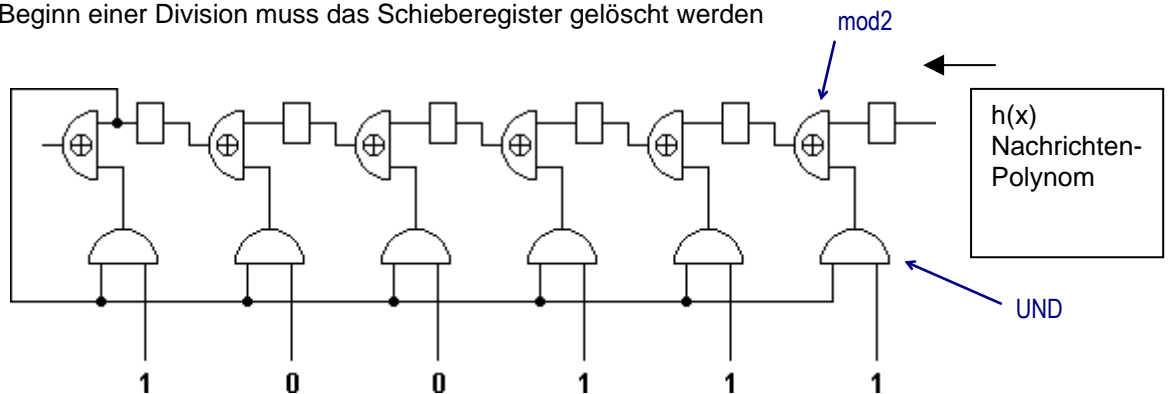


Bild1: allgemeine Darstellung (Generator-Polynom kann über die UND-Eingänge variiert werden)

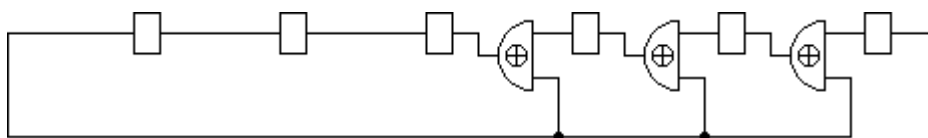
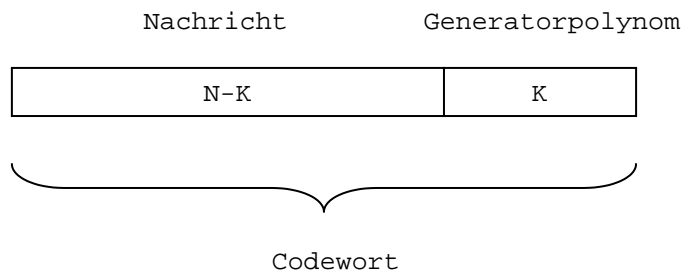
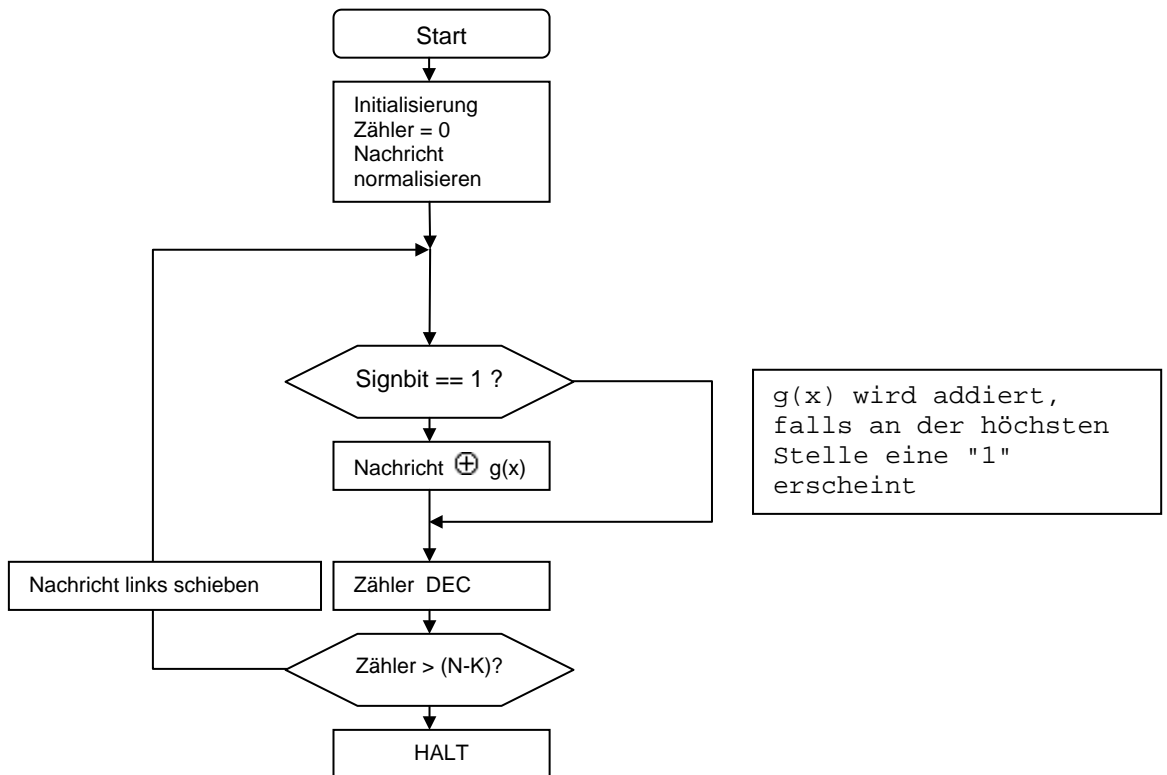


Bild2: vereinfachte Darstellung für festes Generatorpolynom (Linear Feed-Back Shift Register (LFSR), für das Generatorpolynom 1 0 0 1 1 1)

Programm Ablaufplan: Berechnung des Rests $r(x)$



Normalisieren des Codewortes :
Codewort im Rechenregister solange nach links schieben bis höchstwertige Stelle an der Vorzeichenstelle erscheint

Erkennung von Fehlern

Fehler =>

Invertierung eines oder mehrerer Bits

Polynomdarstellung =>

Addition eines Fehlerpolynoms (mit "1" an der entsprechenden Stelle)

Beispiel: Durch Addition des Fehlerpolynoms 1 0 1 0 0 werden zwei Bits verfälscht.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ + \qquad \qquad \qquad 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array} \quad \text{oder}$$

Satz: Ist $x \oplus 1$ Teiler des Generatorpolynoms g , so wird jede ungerade Anzahl von Fehlern erkannt.

Beweis: Eine ungerade Anzahl von Fehlern entspricht einem Fehlerpolynom e mit einer ungeraden Anzahl von Einsen. Polynome mit einer ungeraden Anzahl von Einsen sind nicht durch $x \oplus 1$ teilbar. Dies kann man sich leicht anhand des Divisionsverfahrens klarmachen. Damit ist e nicht durch $x \oplus 1$ teilbar, also erst recht nicht durch g , d.h. der Fehler wird erkannt.

Def.: Ein Fehlerbündel der Länge b ist ein Fehler, bei dem die Position des ersten und des letzten falschen Bits den Abstand $b-1$ haben. Das einem Fehlerbündel der Länge b entsprechende Fehlerpolynom lässt sich schreiben als

$$e = x^i \cdot e_1 \quad \text{mit } \text{grad}(e_1) = b-1$$

Beispiel

Nachricht: $p = 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0$

Fehlerbündel der Länge 5 $e = 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0$

verfälschte Nachricht $p \oplus e = 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0$

$$\text{Es ist } e = x^7 \oplus x^4 \oplus x^3 = x^3 \cdot (x^4 \oplus x \oplus 1) = x^3 \cdot e_1$$

Satz: Jedes Fehlerbündel der Länge $b \leq \text{grad}(g)$ wird erkannt (ohne Beweis)

In der Praxis werden u.a. folgende Generatorpolynome verwendet:

CRC-16 (Magnetband) :
 $x^{16} \oplus x^{15} \oplus x^2 \oplus 1$

CRC-CCITT (Disketten):
 $x^{16} \oplus x^{12} \oplus x^5 \oplus 1$

CRC-Ethernet :
 $x^{32} \oplus x^{26} \oplus x^{23} \oplus x^{22} \oplus x^{16} \oplus x^{12} \oplus x^{11} \oplus x^{10} \oplus x^8 \oplus x^7 \oplus x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$