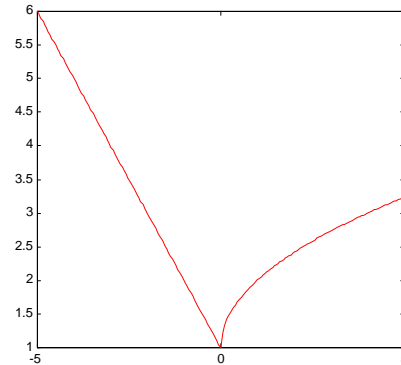


Aufgabe 1: a) stetig, da einzelne Teilfunktionen stetig sind und für $x_0 = 0$ gilt :

$$\sqrt{x_0} + 1 = 1 = -x_0 + 1$$

MATLAB:

```
x=linspace(-5,0);
plot(x,-x+1)
hold on
x=linspace(0,5);
plot(x,sqrt(x)+1)
```



b) $f(x)$ ist in $x_0 = 1$ unstetig, da es dort eine Stelle der Unbeschränktheit gibt!!

MATLAB:

```
fplot('x./(x.^2-1)',[0,5]);axis([0,5,-30,30])
```

c) f ist in $x_0 = -2$ unstetig, da es dort eine Stelle der Unbeschränktheit gibt!!

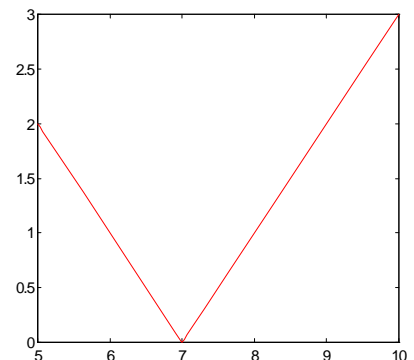
MATLAB:

```
fplot('1./(abs(x+2))',[-4,0]);axis([-4,0,0,50])
```

d) f ist stetig!

MATLAB:

```
fplot('abs(x-7)',[5,10])
```



Lösungen für 8.Übung Mathematik Sommersemester

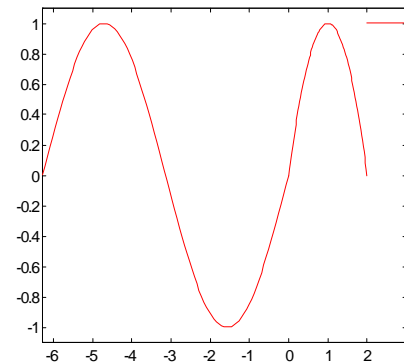
e) Die Teilfunktionen sind stetig, außerdem gilt für $x_0 = 0$: $\sin x_0 = 0 = -x_0^2 + 2x_0$

aber für $x_1 = 2$: $-x_1^2 + 2x_1 = 0 \neq 1$

$\Rightarrow f$ ist unstetig ; Sprungstelle bei $x_1 = 2$!

MATLAB:

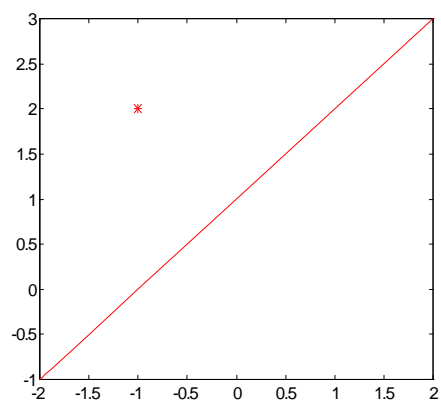
```
x=linspace(-2*pi,0);
plot(x,sin(x))
hold on
x=linspace(0,2);
plot(x,-x.^2+2*x)
x=linspace(2,3);
plot(x,ones(1,length(x)))
axis([-2*pi,3,-1.1,1.1])
```



Aufgabe 2: a) $x = -1$ --- hebbare Unstetigkeitsstelle , stetig durch $f(-1) = 0$!

MATLAB: `fplot('(x.^2+2*x+1)./(x+1)',[-2,2])`
`hold on`
`plot(-1,2,'r*')`

(Die letzten beiden MATLAB - Kommandos sind nur zur Darstellung des Punktes (0 ; 0) notwendig, da beim fplot - Befehl dieser isolierte Punkt nicht mit in der Berechnungsfolge enthalten ist!!)



b) $x_1 = -2$ --- Stelle der Unbeschränktheit (Polstelle !)
 $x_2 = 2$ --- hebbare Unstetigkeitsstelle , stetig durch $f(2) = 0.25$

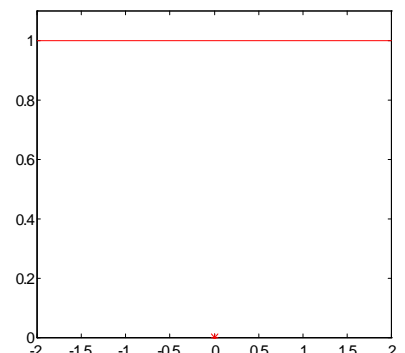
MATLAB:

```
fplot('(x-2)./(x.^2-4)',[-3,3])
hold on
plot([-2,2],[0,0],'r*')
axis([-3,3,-50,50])
```

c) $x = 0$ --- hebbare Unstetigkeitsstelle, stetig durch $f(0) = 1$!

MATLAB: `fplot('abs(sign(x))',[-2,2])`
`axis([-2,2,0,1.1])`

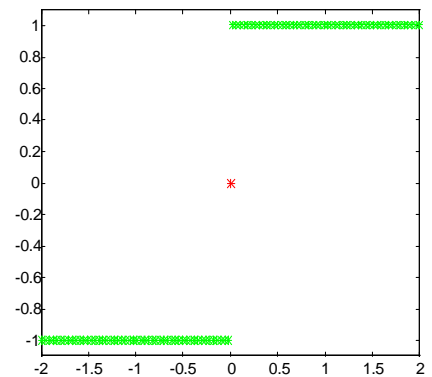
`hold on`
`plot(0,0,'r*')`



Lösungen für 8.Übung Mathematik Sommersemester

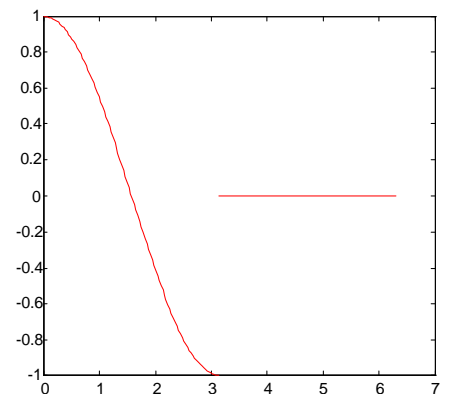
d) $x = 0$ --- Sprungstelle

MATLAB: `hold off
x=linspace(-2,2,100);
plot(x,1./sign(x),'*')
axis([-2,2,-1.1,1.1])
hold on
plot(0,0,'r*')`



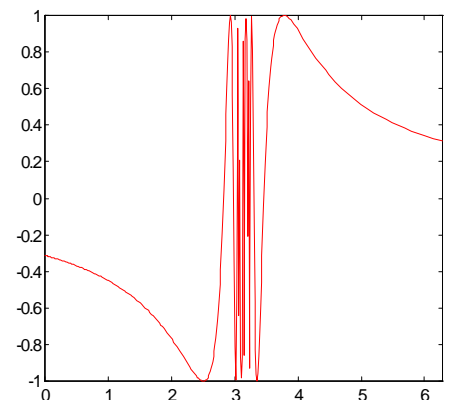
e) $x = \pi$ --- Sprungstelle !

MATLAB: `x=linspace(0,pi);
plot(x,cos(x))
hold on
plot([pi,2*pi],[0,0])`



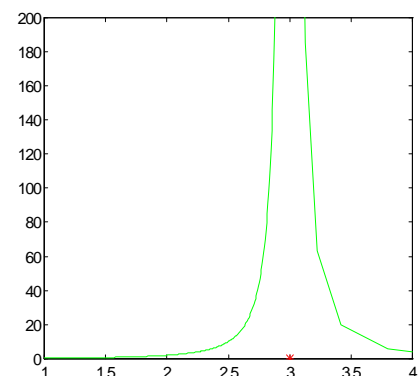
f) $x = \pi$ --- unendlich viele Häufungspunkte !

MATLAB: `fplot('sin(1./(x-pi))',[0,2*pi])`



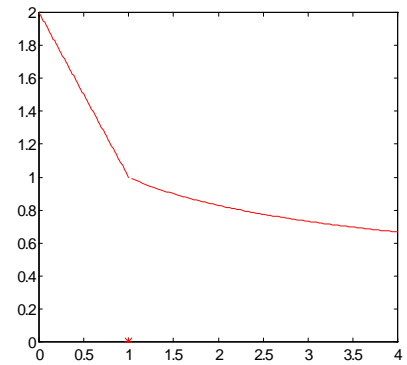
g) $x = 3$ --- Stelle der Unbeschränktheit!

MATLAB: `hold off
fplot('x./(x-3).^2',[1,4])
axis([1,4,-0.1,200])
hold on
plot(3,0,'r*')`



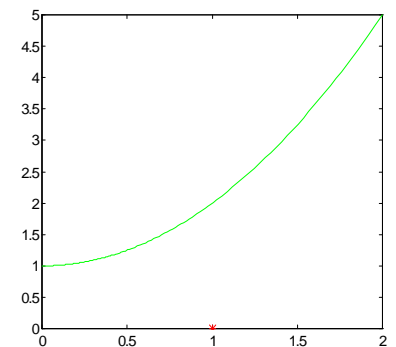
h) $x = 1$ --- hebbare Unstetigkeitsstelle !
 stetig durch $f(1) = 1$!!

MATLAB: `x=linspace(0,1);
 plot(x,-x+2)
 hold on
 plot(1,0,'*')
 x=linspace(1,4);
 plot(x,2*(sqrt(x)-1)./(x-1))`



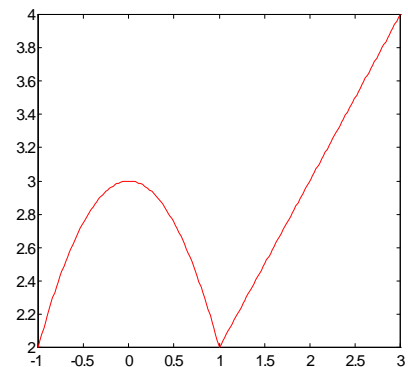
i) $x = 1$ --- hebbare Unstetigkeitsstelle ; stetig durch $f(1) = 2$!

MATLAB: `hold off
 fplot('(x.^3-x.^2+x-1)./(x-1)',[0,2])
 hold on
 plot(1,0,'r*')`



Aufgabe 3: $a = -1$, da $-x^2 + 3 = x + 1$ für $x_0 = 1$!

MATLAB: `x=linspace(-1,1);
 plot(x,-x.^2+3)
 hold on
 x=linspace(1,3);
 plot(x,x+1)`



Aufgabe 4: **Beispiel:**

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ 1 & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

ist beschränkt in $I = [-1 ; 1]$, aber nicht stetig, da für $x_0 = 0$ eine Sprungstelle existiert!

Aufgabe 5:

a) falsch!! **Gegenbeispiel:** Funktion aus Aufgabe 4 !!

b) falsch!! **Gegenbeispiel:** $y = x^2$ ist auf $[-1 ; 1]$ stetig, besitzt genau eine Nullstelle bei $x_0 = 0$, aber es gilt :

$$f(-1) \cdot f(1) = 1 \cdot 1 > 0 \quad \text{!!!!}$$