

**Aufgabe 1:** Sind folgende Funktionen  $f(x)$  auf dem Intervall  $[a; b]$  stetig oder unstetig? Begründen Sie das Ergebnis!

a)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & \text{für } x \geq 0 \\ -x + 1 & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad \text{auf } [-5; 5]$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2 - 1} & \text{für } 0 \leq x \leq 5; x \neq 1 \\ 0 & \text{für } x = 1 \end{cases}$$

c)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x+2|} & \text{für } -4 \leq x \leq 0; x \neq -2 \\ 0 & \text{für } x = -2 \end{cases}$$

d)

$$f(x) = |x - 7| \quad \text{auf } [5, 10]$$

e)

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{für } -2 \cdot \pi \leq x < 0 \\ -x^2 + 2 \cdot x & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{für } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

**Aufgabe 2:** An welchen Stellen  $x_0$  sind die folgenden Funktionen unstetig? Klassifizieren Sie die Unstetigkeitsstellen!

a) 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} & \text{für } x \neq -1 \\ 2 & \text{für } x = -1 \end{cases}$$

b) 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4} & \text{für } x \in \mathbb{R} - \{-2; 2\} \\ 0 & \text{für } x = -2; x = 2 \end{cases}$$

c) 
$$f(x) = |\operatorname{sign}(x)|$$

d) 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\operatorname{sign}(x)} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

e)

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{für } 0 \leq x < \pi \\ 0 & \text{für } \pi \leq x < 2\pi \end{cases}$$

$$f) \quad f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x-\pi} & \text{für } x \neq \pi \\ 0 & \text{für } x = \pi \end{cases}$$

g)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{(x-3)^2} & \text{für } x \neq 3 \\ 0 & \text{für } x = 3 \end{cases}$$

h)

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & \text{für } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{für } x = 1 \\ 2 \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{für } 1 < x < 4 \end{cases}$$

$$i) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x-1} & \text{für } x \neq 1 \\ 0 & \text{für } x = 1 \end{cases}$$

**Aufgabe 3:** Wie müssen Sie  $a \in \mathbb{R}$  wählen, damit die folgende Funktion in  $x_0$  stetig ist?

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3 & \text{für } x > 1 \\ x + 1 & \text{für } x \leq 1 \end{cases} \quad \text{und } x_0 = 1$$

**Aufgabe 4:** Geben Sie eine Funktion an, die auf einem beschränkten Intervall beschränkt, aber nicht stetig ist!

**Aufgabe 5:** Sind folgende Aussagen allgemeingültig?

a) Wenn  $f(x)$  auf  $[a; b]$  nicht stetig ist, so besitzt  $f(x)$  dort kein Maximum!

b) Wenn  $f(x)$  auf  $[a; b]$  stetig ist und in  $[a; b]$  genau eine Nullstelle besitzt, so gilt  $f(a) \cdot f(b) \leq 0$ !