

4.Übung Mathematik Sommersemester

Aufgabe 1: Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß - Algorithmus die allgemeinen Lösungen folgender homogener Gleichungssysteme:

a)
$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 4x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 &= 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 0 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 - 2x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß - Algorithmus die allgemeinen Lösungen folgender inhomogener Gleichungssysteme:

a)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2 \\ x_2 - x_3 &= -1 \\ x_3 - x_4 &= 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 19 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 4 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1 \end{aligned} \quad (\text{siehe Aufgabe 1b !})$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Lösungen folgender linearer Gleichungssysteme mit dem Gauß - Algorithmus und bestimmen Sie dabei den Rang der Koeffizientenmatrix sowie (falls existent) die Determinante der Koeffizientenmatrix.

a)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 7x_4 - 8x_5 &= 0 \\ -2x_1 - 5x_2 + 14x_3 + 16x_4 + 21x_5 &= 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 8x_3 - 25x_4 - 10x_5 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 16x_4 + 3x_5 &= 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 - 6x_2 + x_3 - x_4 &= -4 \\ 3x_1 - 14x_2 + 2x_3 - x_4 &= -7 \\ -2x_1 + 13x_2 - 4x_3 + 3x_4 &= 9 \\ 2x_1 - 12x_2 + 2x_3 + x_4 &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß - Algorithmus die allgemeinen Lösungen folgender inhomogener Gleichungssysteme:

a)
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 20 \\ -6x_1 - 5x_2 + 2x_4 &= -45 \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 6x_4 &= -3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 58 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 10x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 26 \\ 5x_1 + 8x_2 - x_3 &= 19 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 &= 13 \end{aligned}$$