

Aufgabe 1: Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach x :

a) $f(x) = \sqrt{\tan 2x}$

e) $f(x) = e^{|x|}$

b) $f(x) = -\frac{1}{4} \ln(a^4 - x^4)$

f) $f(x) = \ln|\ln|x||$

c) $f(x) = \ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$

g) $f(x) = e^{\cos x}$

d) $f(x) = \ln\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)$

h) $f(x) = (x^7 - 3x^5 + 7)^{10}$

Aufgabe 2: Für die folgenden Beschreibungen von Bewegungsvorgängen sind die Ableitungen $x(t)$ zu bestimmen:

a) ungedämpfte Schwingung: $x(t) = a \sin(\omega t + \varphi) \quad \omega \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad \omega > 0$

b) gedämpfte Schwingung: $x(t) = c e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{mit} \quad \delta > 0$

c) aperiodische Kriechbewegung: $x(t) = c e^{-\rho t} \quad \text{mit} \quad \rho > 0$

d) aperiodischer Grenzfall: $x(t) = c e^{-\rho t} (1 + \rho t) \quad \text{mit} \quad \rho > 0$

mit a - Amplitude, ω - Kreisfrequenz, φ - Phasenverschiebung und ρ - logarithmisches Dekrement!

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten an den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{3x+1}{1+x^2} \quad \text{im Punkt} \quad P: (1;2)$$

Aufgabe 4: Unter welchem Winkel schneiden einander die folgenden Kurvenpaare:

a) $y_1 = \sqrt[n]{x} \quad \text{und} \quad y_2 = x^n \quad \text{für} \quad x > 0$

b) $y_1 = \ln x \quad \text{und} \quad y_2 = 1 - x \quad \text{für} \quad x > 0$

Für den Schnittwinkel zweier Geraden $y = m_1 x + n_1 \quad \text{und} \quad y = m_2 x + n_2$ gilt:

$$\tan \alpha_1 = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} \quad \alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

Aufgabe 5: Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:

a) $f(u) = \sqrt{4-7u}$

e) $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$

b) $s(t) = \frac{2t+1}{\sqrt{t^2+1}}$

f) $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$

c) $f(x) = \frac{3x^4 - 2x^2}{1 - 3x^4}$

g) $f(x) = |\sin x|$

d) $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$