13.Übung	Mathematik	Sommersemester

Aufgabe 1: Gegeben ist $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $D_f = \mathbb{R}$.
Welche Bedingungen müssen die Koeffizienten a, b, c, d $\in \mathbb{R}$ erfüllen, damit

a) f(x) genau zwei lokale Extrema besitzt

b) f(x) genau einen Sattelpunkt besitzt

c) der Wendepunkt von f(x) auf der x - Achse liegt ?

Aufgabe 2: Führen Sie eine Kurvendiskussion für folgende Funktionen durch:

$a) \quad f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$

$b) \quad f(x) = x \cdot \ln|x|$

$c) \quad f(x) = e^{\cos(x)} - 1$

$d) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 2$

$e) \quad f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 5}{(x+1)^2}$

Bei einer Kurvendiskussion kann man sich in etwa an das folgende Schema halten:

1. Definitionsbereich und Wertebereich der Funktion
2. Symmetrieeigenschaften und Periodizität
3. Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen , besonders wichtig Nullstellen, d.h. Schnittpunkte mit der x - Achse
4. Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Funktion
5. lokale und globale Extrempunkte der Funktion
6. Funktionswerte an den Randpunkten des Definitionsintervalls, falls D_f ein abgeschlossenes Intervall ist $\rightarrow$ globale Extrema
7. Wendepunkte der Funktion; Sattelpunkte
8. Skizze der Funktion

Anmerkung: Es ist nicht in jedem Fall günstig sich an die angegebene Reihenfolge der Punkte zu halten. Nullstellen sind teilweise einfacher zu finden, wenn durch Extrema und Wendepunkte die prinzipielle Gestalt des Graphen der Funktion schon bekannt ist!